

Le transfert interdisciplinaire des concepts de l'analyse matricielle aux mobilités spatiales

Françoise BAHOKEN, Pascal GASTINEAU et Pierre-Olivier VANDANJON

Contexte

- Recherches interdisciplinaires
- Interconnaissances, favoriser les transferts
- La [CSR TTT](#) – [github/tributetotobler](https://github.com/tributetotobler)

Contexte

- Tribute To Tobler
 - Une CSR de l'UGE (voir [./github/ttt](https://github.com/ttt))
 - Création d'un corpus bibliographique sur Zotero
 - (re)prise en main de méthodes d'analyse quantitative/spatiale en géographie
 - (nouveaux) développements informatiques de programmes en Fortran
 - Traductions en français de papiers, notes de recherches...
 - Réplication des travaux, méthodes et outils et extensions
- L'analyse matricielle

Contexte

- L'analyse matricielle dans TTT & groupe f.m.r.
 - Note de synthèse générale : L. & P. Beauguitte (groupe fmr)
 - > Travaux initiaux de W. Tobler
 - Fonctions R : Étienne Côme (UGE/Cosys-Grettia)
 - Fonctions .JS : Philippe Rivière (Observable/Visions Carto)
 - Traduction texte précurseur de Gould (1967) : F. Bahoken & L. Beauguitte
 - Idée d'un état de la question pour pouvoir avancer, étendre les travaux :
 - P-O. Vandanon, P. Gastineau & F. Bahoken
 - Démarrage d'une réflexion croisée au sein de AME-SPLOTT

Plan de la présentation

1. L'analyse matricielle, c'est quoi ?

Présenter les notions et concepts fondamentaux

2. La question des transferts de concepts

Comment cela se passe en pratique ?

3. Exemple de notions et de concepts « circulants »

Montrer la circulation des concepts initiaux entre l'écologie, l'économie, la géographie, la physique (traitement du signal)

Plan

1. L'analyse matricielle, c'est quoi ?

Présenter les notions et concepts initiaux et fondamentaux qui ont ensuite été transférés

2. La question des transferts de concepts

Comment cela se passe en pratique ?

3. Exemple de notions et de concepts « circulants »

Montrer la circulation des concepts initiaux entre l'écologie, l'économie, la géographie, la physique (traitement du signal)

- Un tableau croisé : la matrice OD (notée **F**)

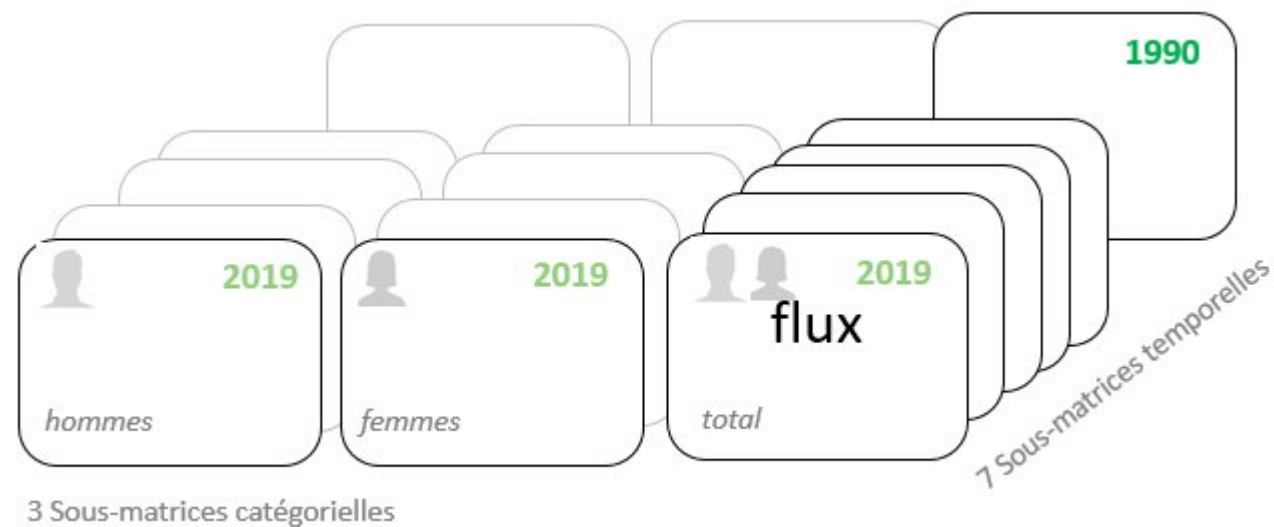
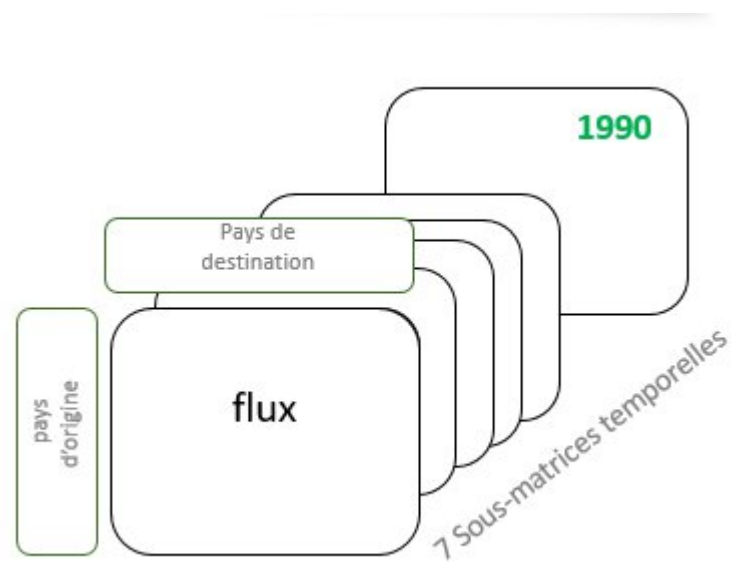
TYPE DE MATRICE																																																																																																								
Description	<table> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> <tr><th>A</th><td>-</td><td>8</td><td>5</td><td>1</td></tr> <tr><th>B</th><td>6</td><td>-</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><th>C</th><td>10</td><td>4</td><td>-</td><td>1</td></tr> <tr><th>D</th><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>-</td></tr> </table>		A	B	C	D	A	-	8	5	1	B	6	-	3	2	C	10	4	-	1	D	1	2	3	-	<table> <tr><th>Lij</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> <tr><th>A</th><td>-</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>B</th><td>1</td><td>-</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>C</th><td>1</td><td>1</td><td>-</td><td>1</td></tr> <tr><th>D</th><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>-</td></tr> </table>	Lij	A	B	C	D	A	-	1	1	1	B	1	-	1	1	C	1	1	-	1	D	1	1	1	-	<table> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> <tr><th>A</th><td>-</td><td>14</td><td>15</td><td>2</td></tr> <tr><th>B</th><td>14</td><td>-</td><td>7</td><td>4</td></tr> <tr><th>C</th><td>15</td><td>7</td><td>-</td><td>4</td></tr> <tr><th>D</th><td>2</td><td>4</td><td>4</td><td>-</td></tr> </table>		A	B	C	D	A	-	14	15	2	B	14	-	7	4	C	15	7	-	4	D	2	4	4	-	<table> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> <tr><th>A</th><td>-</td><td>+2</td><td>-5</td><td>0</td></tr> <tr><th>B</th><td>-2</td><td>-</td><td>-1</td><td>0</td></tr> <tr><th>C</th><td>+5</td><td>+1</td><td>-</td><td>-2</td></tr> <tr><th>D</th><td>0</td><td>0</td><td>+2</td><td>-</td></tr> </table>		A	B	C	D	A	-	+2	-5	0	B	-2	-	-1	0	C	+5	+1	-	-2	D	0	0	+2	-
	A	B	C	D																																																																																																				
A	-	8	5	1																																																																																																				
B	6	-	3	2																																																																																																				
C	10	4	-	1																																																																																																				
D	1	2	3	-																																																																																																				
Lij	A	B	C	D																																																																																																				
A	-	1	1	1																																																																																																				
B	1	-	1	1																																																																																																				
C	1	1	-	1																																																																																																				
D	1	1	1	-																																																																																																				
	A	B	C	D																																																																																																				
A	-	14	15	2																																																																																																				
B	14	-	7	4																																																																																																				
C	15	7	-	4																																																																																																				
D	2	4	4	-																																																																																																				
	A	B	C	D																																																																																																				
A	-	+2	-5	0																																																																																																				
B	-2	-	-1	0																																																																																																				
C	+5	+1	-	-2																																																																																																				
D	0	0	+2	-																																																																																																				
Type	<i>asymétrique</i>	<i>symétrique</i>		<i>antisymétrique</i>																																																																																																				
Notation	(Fij)	(Lij)	(Fij⁺)	(Fij⁻)																																																																																																				

- Une ou plusieurs matrices emboîtées/empilées

- matrices temporelles

et/ou

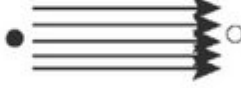
matrices catégorielles



- 3 niveaux d'observation : de l'individu à l'agrégat

Niveau d'observation	
	<i>Localisation</i>
Individu	
Groupe	
Agrégat	

- 3 niveaux d'observation : de l'individu à l'agrégat

Niveau d'observation	Perception sur la carte		
	Localisation	Interactions	
		Flux	Mouvement
Individu			
Groupe			
Agrégat			
● O : origine ○ D : destination — ligne de flux Françoise Bahoken, 2021.			

Contexte d'étude des mobilités spatiales

- déplacement d'un individu ou d'un groupe d'individus,
- appartenant à une ou plusieurs catégories socio-économiques,
- pendant une période ou pour certaines tranches horaires,
- entre un voire plusieurs lieux d'OD,
- selon un voire plusieurs motifs,
- avec un ou plusieurs modes de transports.

- 3 approches théoriques
 - Théorie mathématique
 - Théorie gravitaire
 - Théorie des graphes
- Fondée sur une même méthode : **l'algèbre linéaire**

L'algèbre linéaire

- Les tableaux de nombres, $\mathbf{F}$, sont vus comme une représentation d'une application linéaire d'un espace vectoriel dans un autre espace vectoriel
- Cas des tableaux de nombres qui sont carrés de taille n

$$F: R^n \rightarrow R^n$$

$$F \text{ est linéaire } F \times (a_1 u + a_2 v) = a_1 F \times u + a_2 F \times v$$

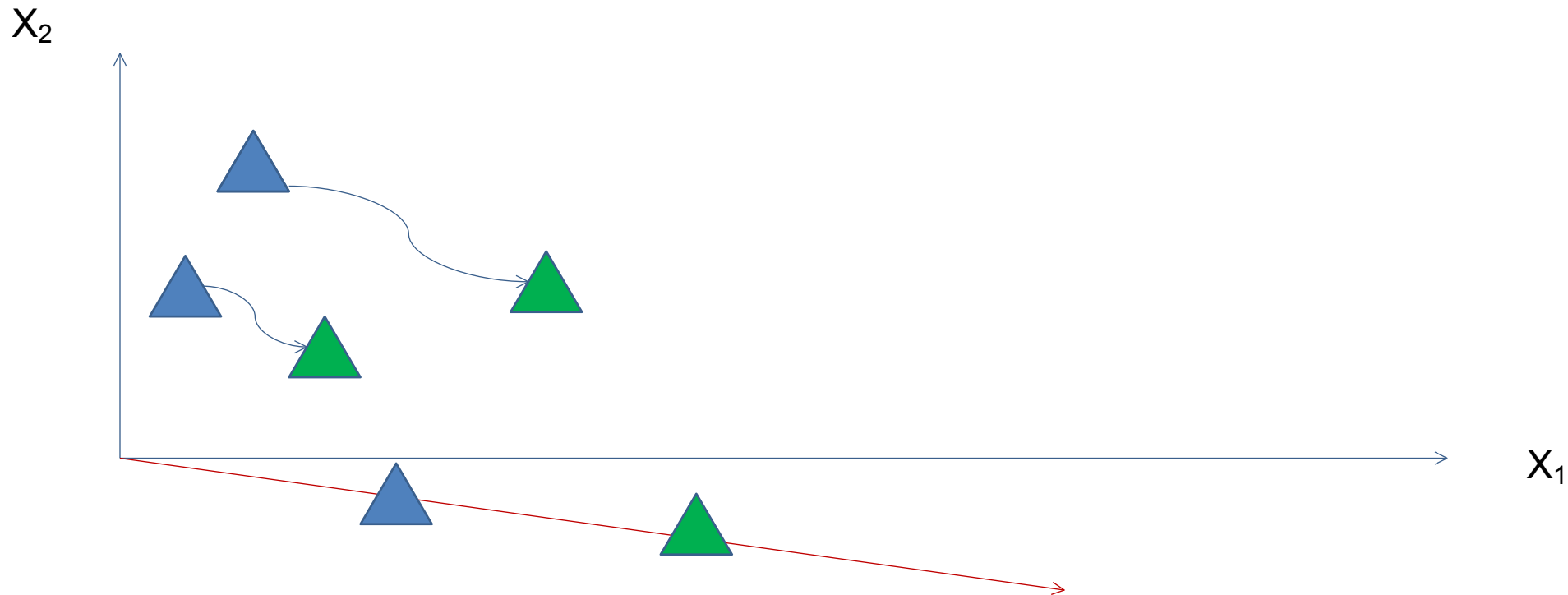
Vecteur propre, valeur propre

- On regarde les invariants : les espaces vectoriels qui ne sont pas modifiés par l'application F
- $F \times u = \lambda u$

u est un vecteur propre

λ est une valeur propre

Application linéaire et vecteur propre



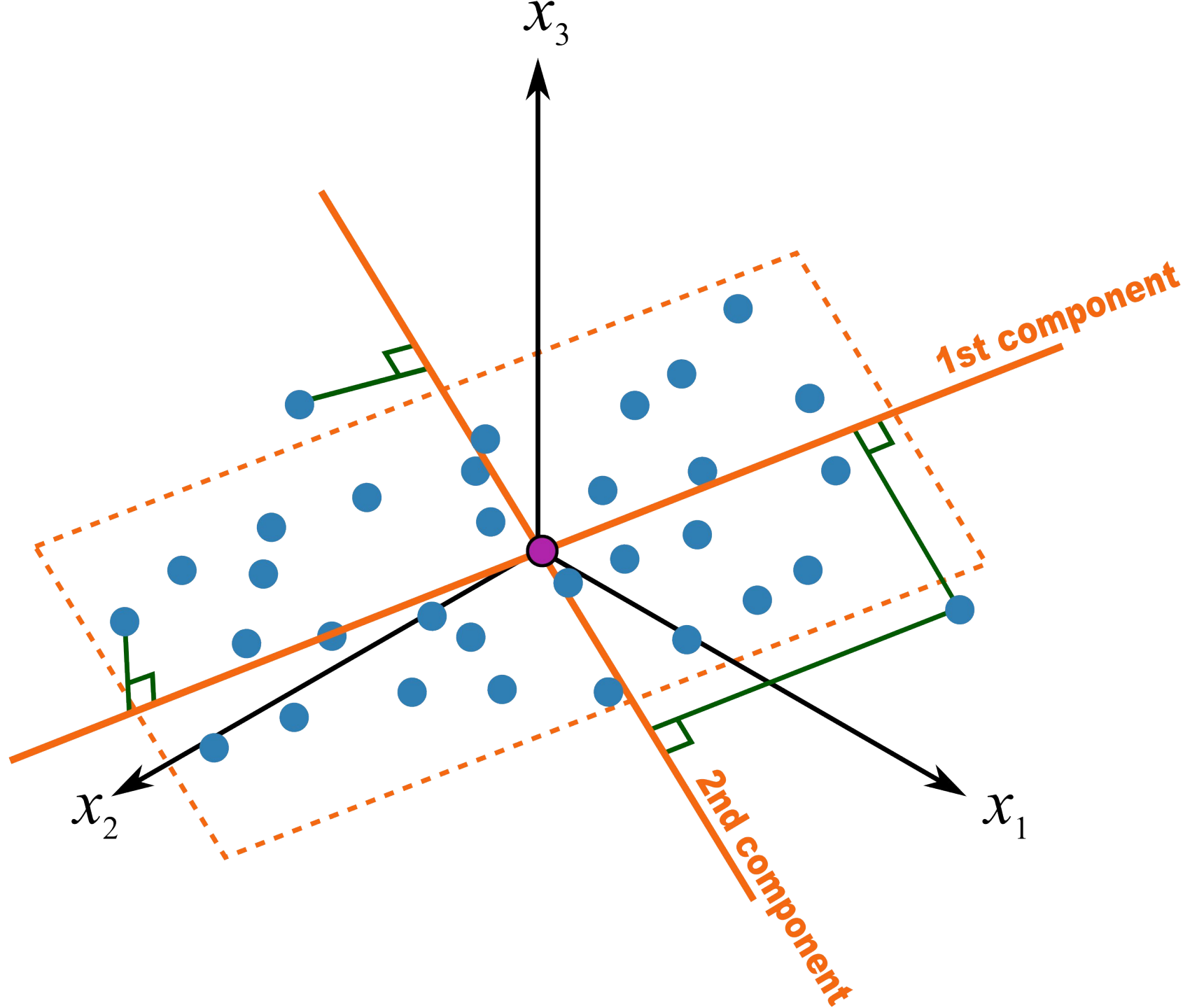
Espace vectoriel propre

Propriétés

- Si F est symétrique, U forme une base orthogonale, F est diagonalisable $F = U^t \times \text{diag}(\lambda) \times U$
- $u = \arg \text{Max} (u^t \times F \times u)$ sous contrainte $u^t \times u = 1$

Si F n'est pas carré ?

- $C = F^t \times F$
- C est carré et symétrique et positive ($x^t \times C \times x$ positif)
- Si je centre F , le vecteur propre u de C (matrice de covariance) est une composante principale :
- $u = \arg \text{Max } (u^t \times C \times u)$ sous contrainte $u^t \times u = 1$
- $u = \arg \text{Max } \text{norm}(F \times u)^2$ sous contrainte $u^t \times u = 1$



Plan

1. L'analyse matricielle, c'est quoi ?

Présenter les notions et concepts fondamentaux

2. La question des transferts de concepts

Comment cela se passe en pratique ?

3. Exemple de notions et de concepts « circulants »

Montrer la circulation des concepts initiaux entre l'écologie, l'économie, la géographie, la physique (traitement du signal)

Fertilisation croisée (Bunge, 1962)

- Valoriser la complémentarité des approches mathématiques et (carto)graphiques pour enrichir l'analyse spatiale des données de mobilité
- Importance des aspects mathématiques puis graphiques, pour « [...] *trouver la structure spatiale des objets en interaction, qui ont souvent des dimensions différentes, et les placer autant que possible relativement les uns par rapport aux autres à la surface de la terre* » (Bunge, 1966 : 210).

Inter, trans ... disciplinarité

- Émerge dans les années 1960, comme « rempart à l'hyperspécialisation »
- Paradoxe entre recours à l'interdisciplinarité et évaluation disciplinaire
- Circulation de concepts fondamentaux avec +/- grande fluidité et adaptation
- Transfert assorti d'exemples/cas d'école à répliquer avant adaptation

Questionnements (cf. IMERA)

- Comment se produisent la circulation, les emprunts, les échanges de concepts, de théories ou de méthodes entre disciplines ?
- Comment ces concepts, théories et méthodes sont-ils affectés par leur transfert d'une discipline à l'autre ?
- Comment ces nouveaux éléments peuvent-ils être intégrés de manière cohérente dans les disciplines ?
- Quelles nouvelles normes et quels outils pédagogiques pour leur transmission ?
- Comment les savoirs disciplinaires sont-ils déconstruits puis reconstitués en fonction des enseignements interdisciplinaires ?

Plan

1. L'analyse matricielle, c'est quoi ?

Présenter les notions et concepts fondamentaux

2. La question des transferts de concepts

Comment cela se passe en pratique ?

3. Exemple de notions et de concepts « circulants »

Montrer la circulation des concepts initiaux entre l'écologie, l'économie, la géographie, la physique (traitement du signal)

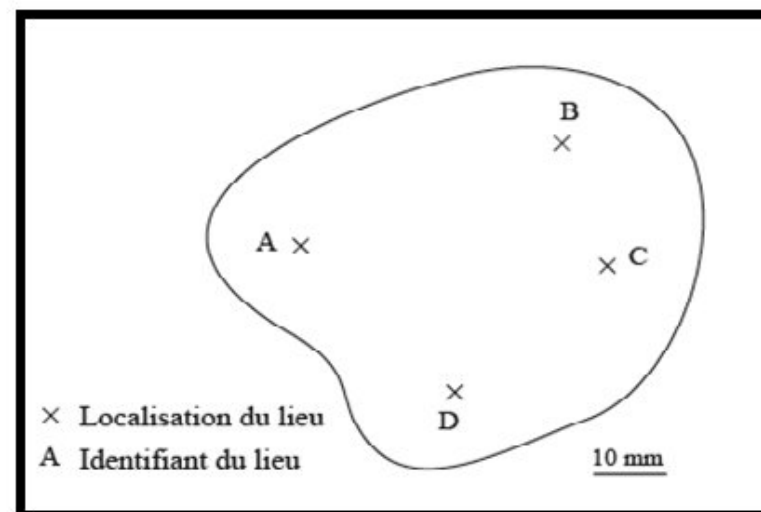
Quelques problèmes disciplinaires

- P. Gould (1967) : intérêts de l'étude des valeurs propres pour l'analyse spatiale dans contextes très variés (géomorphologie, typologie d'église, réseaux routiers syrien et ougandais, etc.)
- W. Tobler (2010) : intérêt pour décomposer/filtrer des matrices denses : exemple sur les flux de dollars américains
- P. Hankach, P. Gastineau & P.O Vandanjon : exemple sur la motorisation des ménages

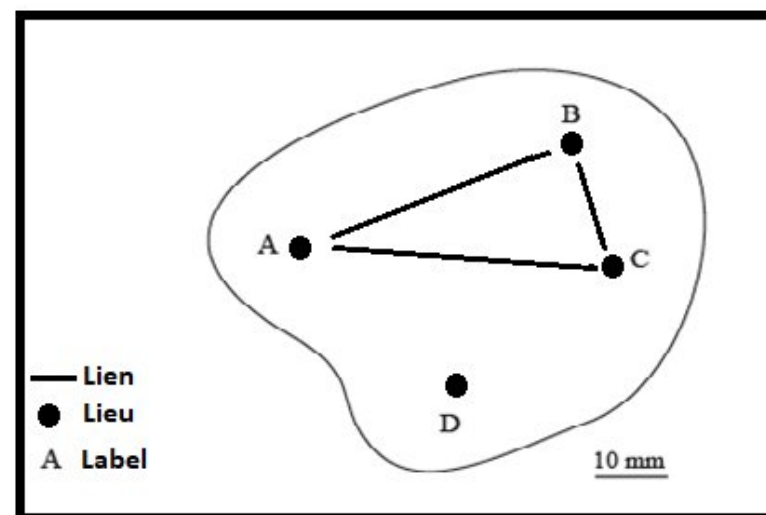
$i \quad j$	j_1	...	j	j_n
i_1				
...				
i			(i,j)	
i_n				

Matrice de flux

Fij	A	B	C	D
A	-	8	5	1
B	6	-	3	2
C	10	4	-	1
D	0	0	0	-



Relations existantes



Réseau ougandais (1921, 1935)

- Un graphe formé de connexions directes entre des points/lieux
- Une matrice de connectivité symétrique
- Une diagonale non nulle (à 1)
- Calcul des vecteurs propres
- Cartographie des résultats

> montrer la polarisation des villes liées au développement du transport routier

- Vecteurs propres associés aux matrices de connectivités

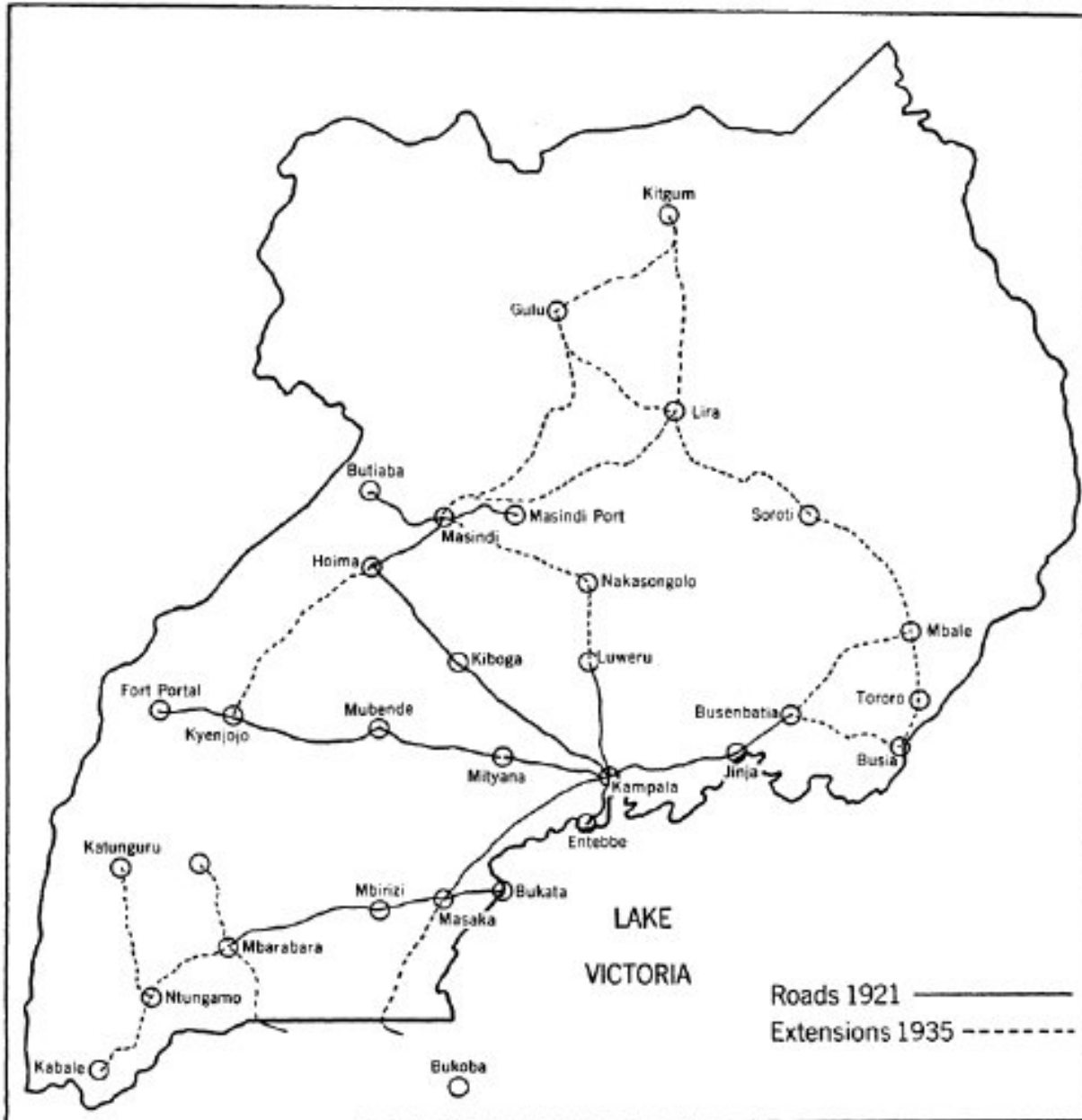
1921

Nœud	Vecteur propre associé à :			
	$\lambda_1 = 3.65$	$\lambda_2 = 2.83$	$\lambda_3 = 2.62$	$\lambda_4 = 2.45$
1. Kampala	64	7	0	20
2. Luweru	24	4	0	14
3. Mityana	29	8	32	-3
4. Mubende	13	8	51	-25
5. Kyenjojo	6	6	51	-33
6. Fort Portal	2	3	32	-23
7. Entebbe	24	4	0	14
8. Jinja	24	5	0	27
9. Busenbatia	11	3	0	19
10. Masaka	35	14	-32	-36
11. Mbirizi	15	11	-32	-48
12. Mbarabara	6	6	-20	-33
13. Bukata	13	8	-20	-25
14. Kiboga	29	-22	0	13
15. Hoima	14	-47	0	-1
16. Masindi	7	-64	0	-15
17. Butiaba	3	-35	0	-10
18. Masindi Port	3	-35	0	-10

1935 (extrait)

Noeud	Vecteur propre associé à :			
	$\lambda_1 = 4.64$	$\lambda_2 = 4.08$	$\lambda_3 = 4.00$	$\lambda_4 = 3.43$
1. Kampala	44	11	7	28
2. Luweru	23	9	3	27
3. Mityana	34	13	1	27
4. Mubende	37	12	-11	-12
5. Kyenjojo	16	-4	-13	-9
6. Fort Portal	5	-1	-5	-11
7. Entebbe	21	8	3	23
8. Jinja	18	-10	30	5
9. Busenbatia	11	-20	38	-7
10. Masaka	35	15	-5	-22
11. Mbirizi	23	11	-7	-33
12. Mbarabara	12	8	-5	-46
13. Bukata	10	5	-2	-9
14. Kiboga	27	0	-9	7
15. Hoima	17	-22	-22	2
16. Masindi	11	-43	-29	3
17. Butiaba	8	-21	-17	2
18. Masindi Port	3	-14	-10	1
19. Nakasongolo	6	3	1	11
20. Ntungamo	4	3	-3	-31
21. Busia	12	-23	45	-9
22. Mbale	9	-26	39	-12
23. Bukoba	13	8	-3	-28

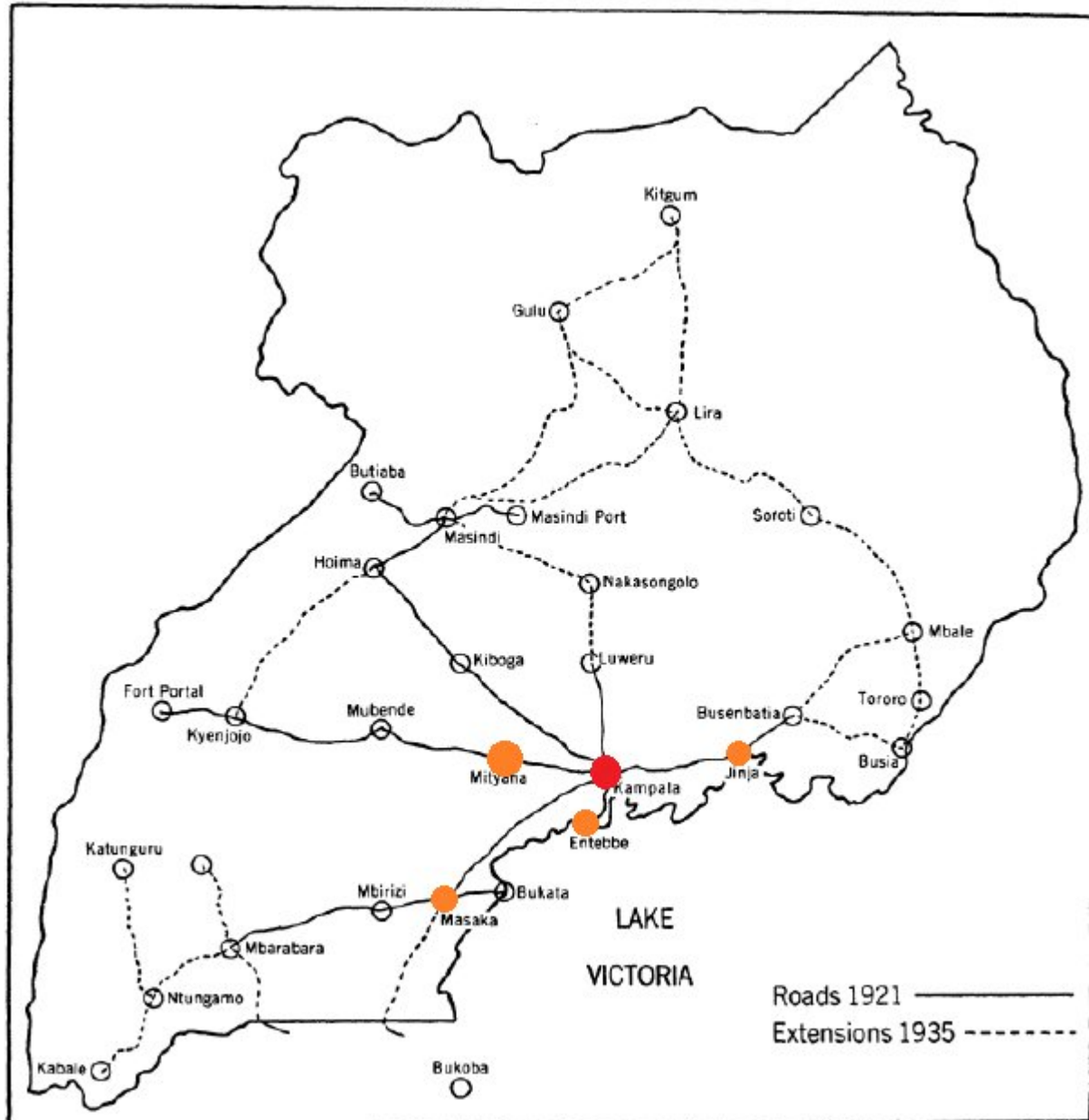
- Cartographie (représentation schématique) des principaux axes routiers de l'Ouganda, en 1921 et en 1935



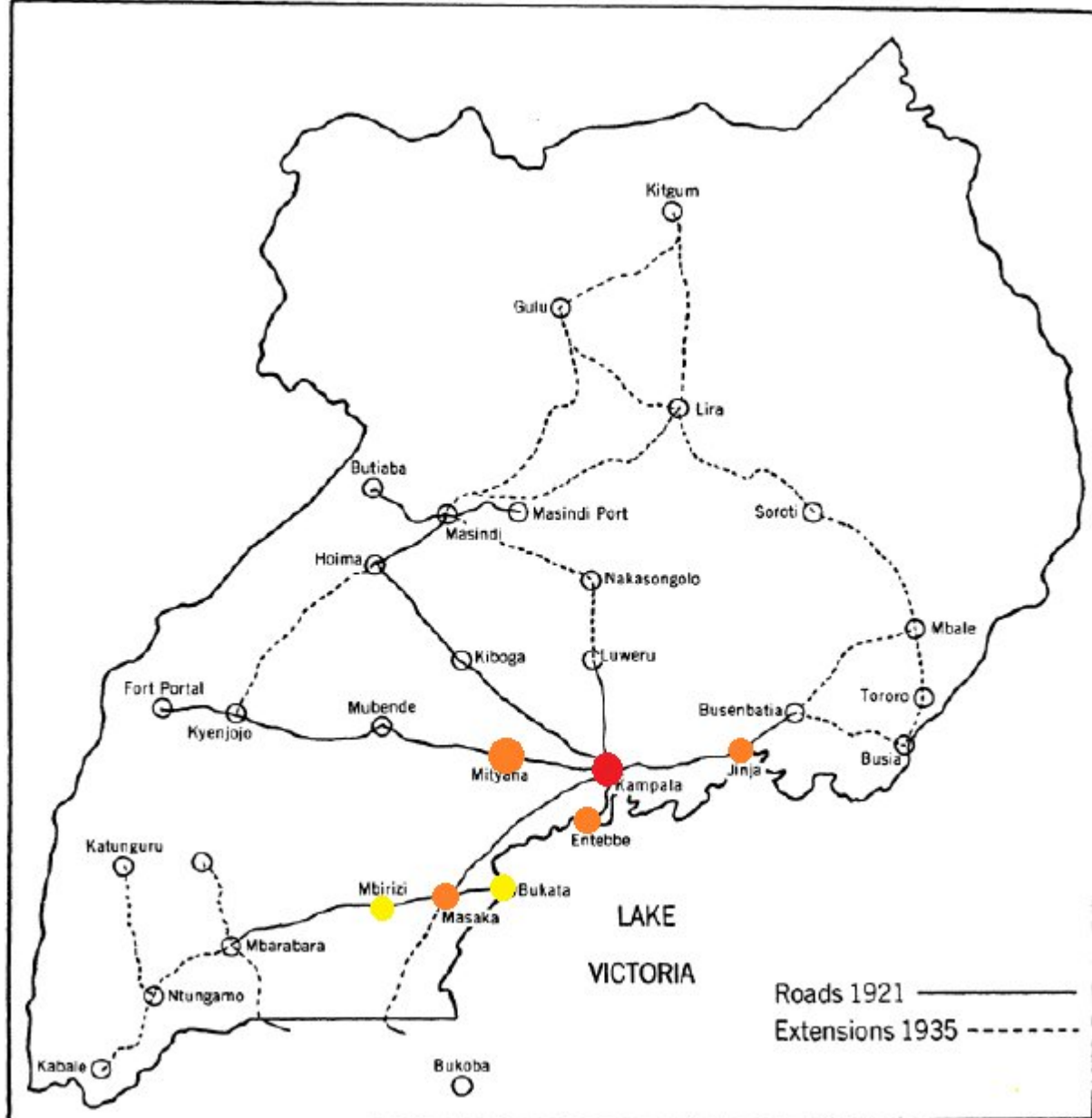
Interprétation sur le réseau de 1921



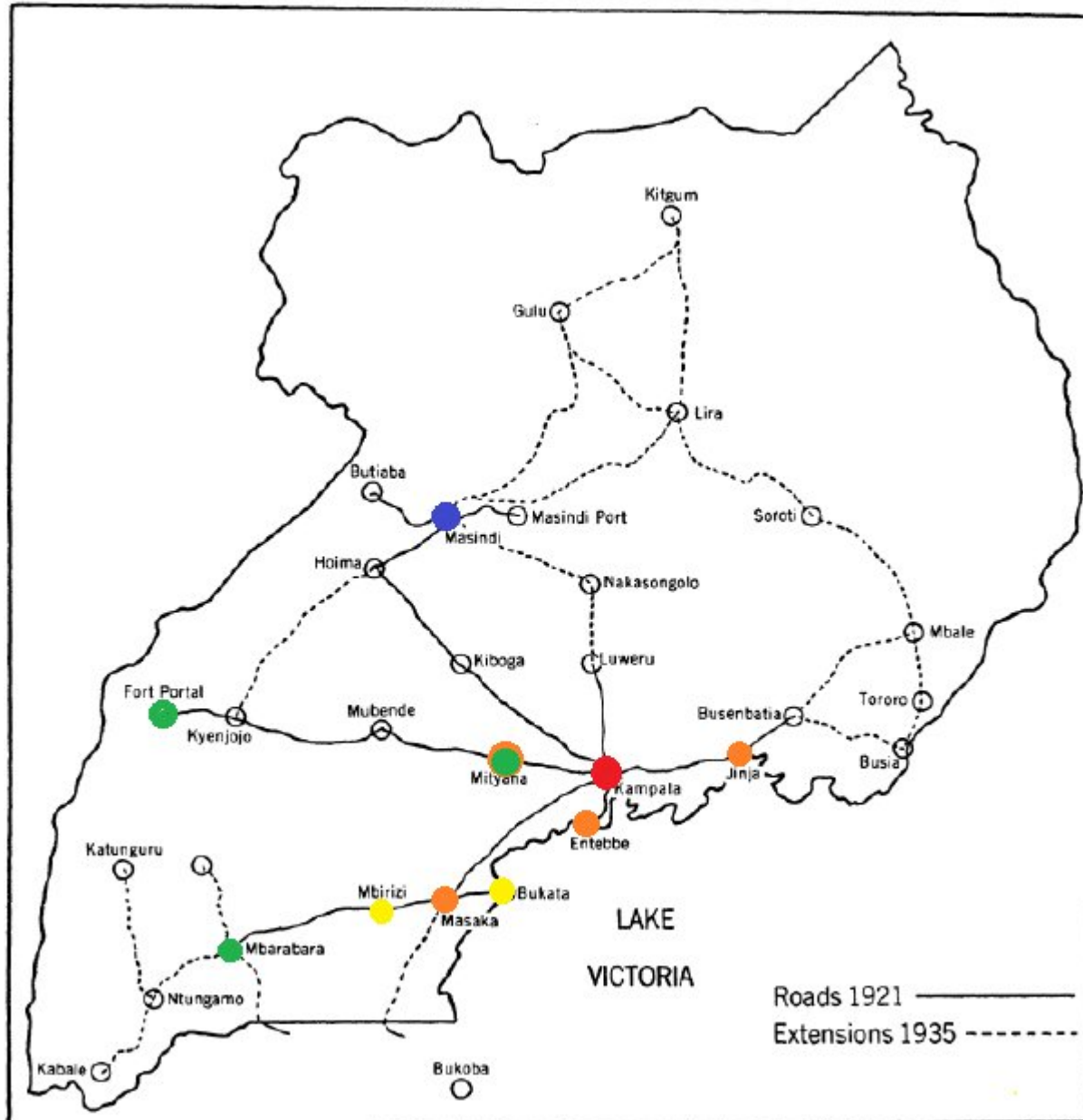
Interprétation sur le réseau de 1921



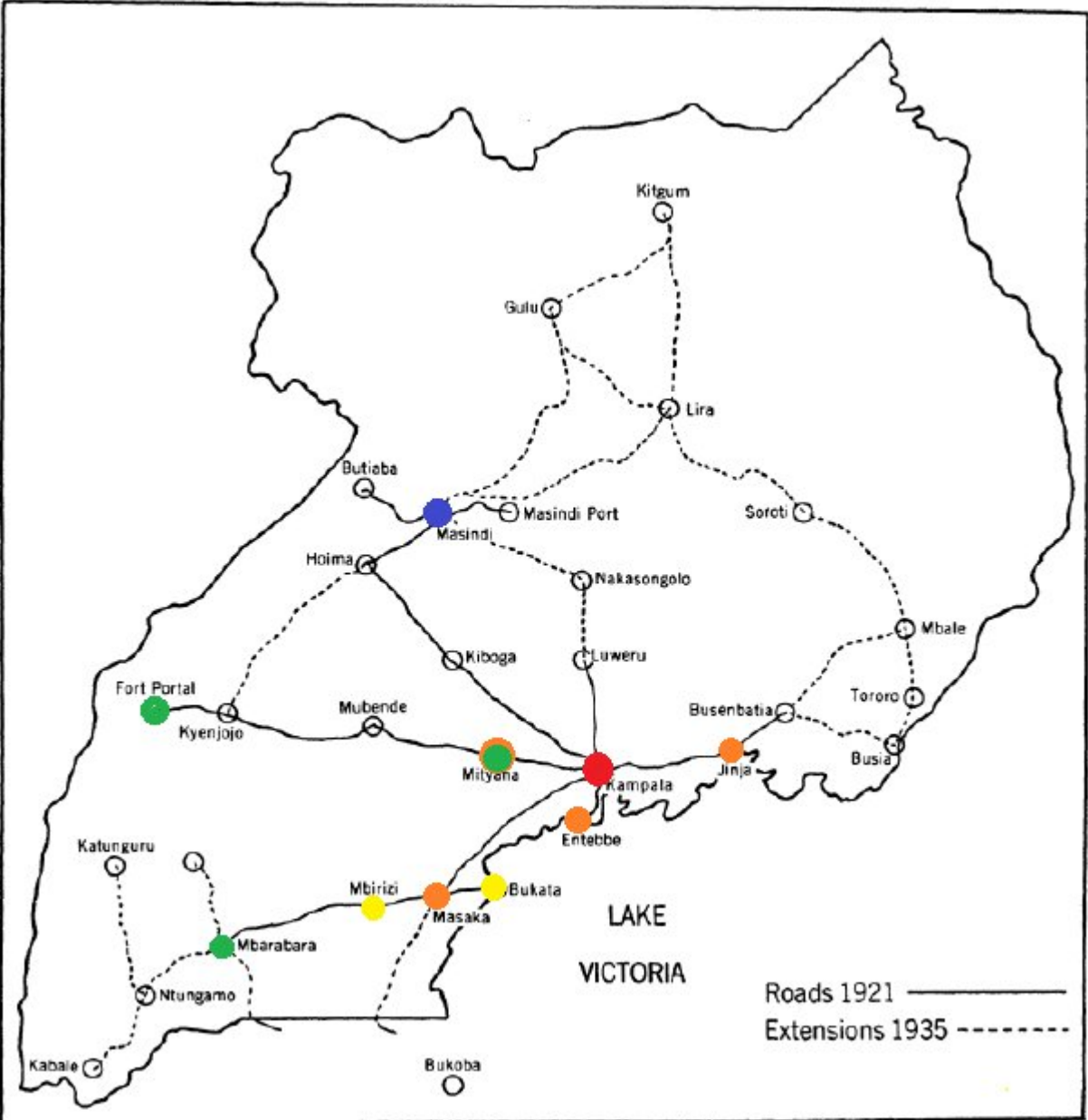
Interprétation sur le réseau de 1921



Interprétation sur le réseau de 1921



Interprétation sur le réseau de 1921



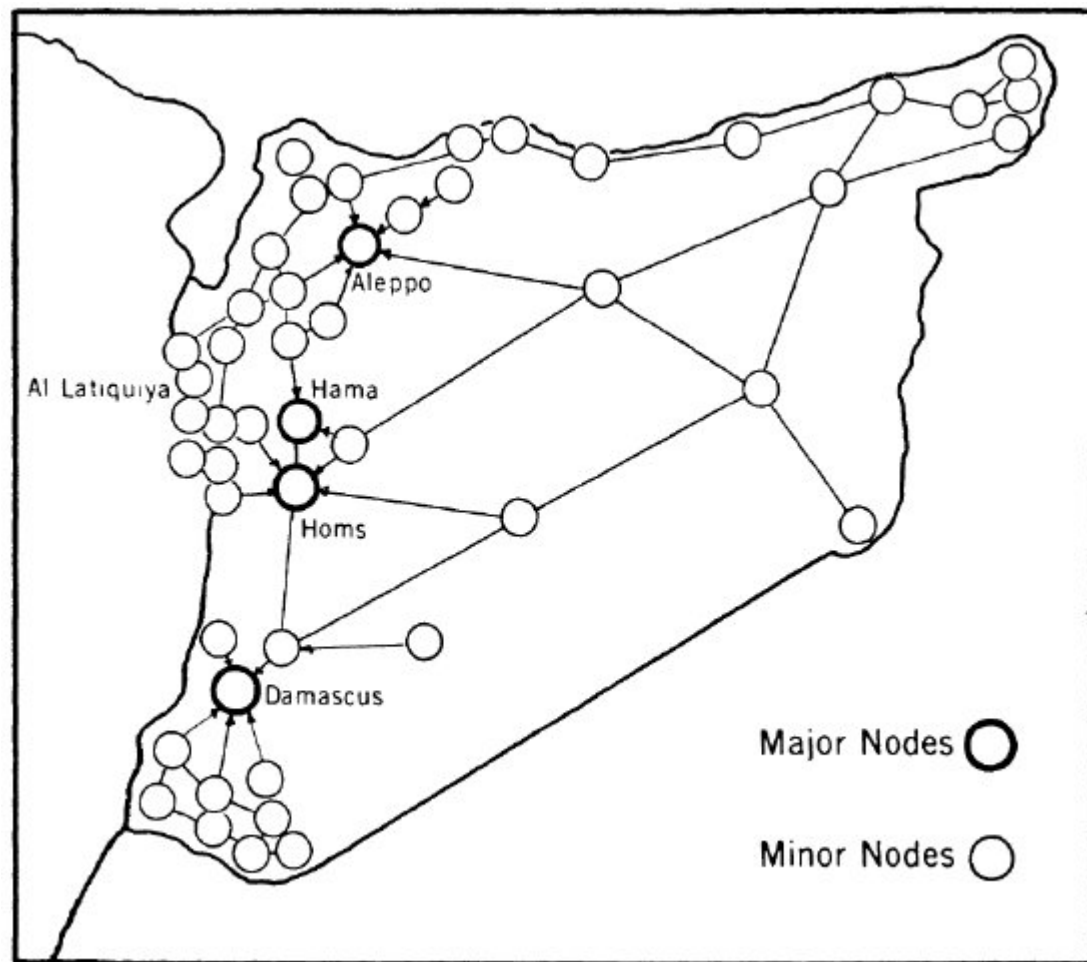
Interprétation sur le réseau de 1935



Réseau syrien (1963)

> montrer l'effet/le non effet de changement politiques sur les caractéristiques structurelles/de connectivité (Kanaan, 1965)

Réseau syrien (1963)



	<i>Vecteur propre associé à :</i>			
<i>Nœud</i>	$\lambda_1 = 5.11$	$\lambda_2 = 4.26$	$\lambda_3 = 3.90$	$\lambda_4 = 3.67$
Ain Deiwar	0.00	-0.00	0.00	0.02
Karatchok	0.00	-0.00	0.00	0.01
Tell Kotchek	0.00	-0.00	0.00	0.02
Dmir Kabar	0.00	-0.00	0.01	0.05
Al Kamishli	0.00	-0.00	0.02	0.08
Al Aasakeh	0.02	-0.02	0.05	0.16
Ras-el-Ain	0.00	-0.00	0.01	0.06
Abou Kamal	0.01	-0.01	0.04	0.11
Deir-ez-Zor	0.07	-0.05	0.11	0.30
Rakkah	0.19	-0.00	0.00	0.27
Tell Abyad	0.06	0.00	-0.02	0.14
Ain-el-Arab	0.06	0.01	-0.09	0.10
Manbij	0.07	0.02	-0.12	0.08
Jarablus	0.18	0.05	-0.23	0.14
Al-Bab	0.12	0.03	-0.12	0.07
Aleppo	0.45	0.08	-0.25	0.11
Izaz	0.18	0.05	-0.21	0.08
Ifrin	0.11	0.04	-0.14	-0.03
Rajon	0.02	0.01	-0.04	-0.01
Harem	0.13	0.03	-0.05	-0.18
Ibilib	0.24	0.06	-0.15	-0.16
Jisr-esh-Shagour	0.31	0.04	0.00	-0.32

Flux de dollars américains (Tobler, 2010)

> montrer la centralité des villes liés aux flux monétaires internes

ONE DOLLAR NOTE FLOWS TO NEIGHBORS

Modified from full flow table
using FRB District adjacencies.

	BOSTON	NEW YORK	PHILADELPHIA	CLEVELAND	RICHMOND	ATLANTA	CHICAGO	ST. LOUIS	MINNEAPOLIS	KANSAS CITY	DALLAS	SAN FRANCISCO
BOSTON	2040	866	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NEW YORK	1360	1980	1258	1108	0	0	0	0	0	0	0	0
PHILADELPHIA	0	1326	860	341	1462	0	0	0	0	0	0	0
CLEVELAND	0	864	140	1296	342	177	2263	68	0	0	0	0
RICHMOND	0	0	991	584	3899	1422	0	0	0	0	0	0
ATLANTA	0	0	0	186	1016	3741	0	1012	0	0	164	0
CHICAGO	0	0	0	1435	0	0	5630	430	570	1035	0	0
ST. LOUIS	0	0	0	279	0	918	1233	342	0	710	106	0
MINNEAPOLIS	0	0	0	0	0	0	457	0	1438	65	0	138
KANSAS CITY	0	0	0	0	0	0	859	386	166	811	101	1537
DALLAS	0	0	0	0	0	290	0	183	0	290	788	203
SAN FRANCISCO	0	0	0	0	0	0	0	0	127	890	43	5380

values in hundreds.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Population
1 NE: Boston	----									11,848,000
2 MA: New York	219	----								37,056,000
3 ENC: Chicago	1009	831	----							40,266,000
4 WNC: Omaha	1514	1336	505	----						16,327,000
5 SA: Charleston	974	755	1019	1370	----					29,920,000
6 ESC: Birmingham	1268	1049	662	888	482	----				13,096,000
7 WSC: Dallas	1795	1576	933	654	1144	662	----			19,025,000
8 MTN: Salt Lake City	2420	2242	1451	946	2278	1795	1287	----		8,289,000
9 PAC: San Francisco	3174	2996	2205	1700	2862	2380	1779	754	----	25,476,000

Distance between (centroid) cities, in miles.

Flux de dollars américains (Tobler, 2010)

ONE DOLLAR NOTE FLOWS TO NEIGHBORS

Modified from full flow table
using FRB District adjacencies.

	BOSTON	NEW YORK	PHILADELPHIA	CLEVELAND	RICHMOND	ATLANTA	CHICAGO	ST. LOUIS	MINNEAPOLIS	KANSAS CITY	DALLAS	SAN FRANCISCO
BOSTON	2040	866	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NEW YORK	1360	1980	1258	1108	0	0	0	0	0	0	0	0
PHILADELPHIA	0	1326	860	341	1462	0	0	0	0	0	0	0
CLEVELAND	0	864	140	1296	342	177	2263	68	0	0	0	0
RICHMOND	0	0	991	584	3899	1422	0	0	0	0	0	0
ATLANTA	0	0	0	186	1016	3741	0	1012	0	0	164	0
CHICAGO	0	0	0	1435	0	0	5630	430	570	1035	0	0
ST. LOUIS	0	0	0	279	0	918	1233	342	0	710	106	0
MINNEAPOLIS	0	0	0	0	0	0	457	0	1438	65	0	138
KANSAS CITY	0	0	0	0	0	0	859	386	166	811	101	1537
DALLAS	0	0	0	0	0	290	0	183	0	290	788	203
SAN FRANCISCO	0	0	0	0	0	0	0	0	127	890	43	5300

values in hundreds.

OBSERVED NET FLOW
of one dollar notes between Federal Reserve Districts

TO

FROM

[illegible]

Flux de dollars américains (Tobler, 2010)

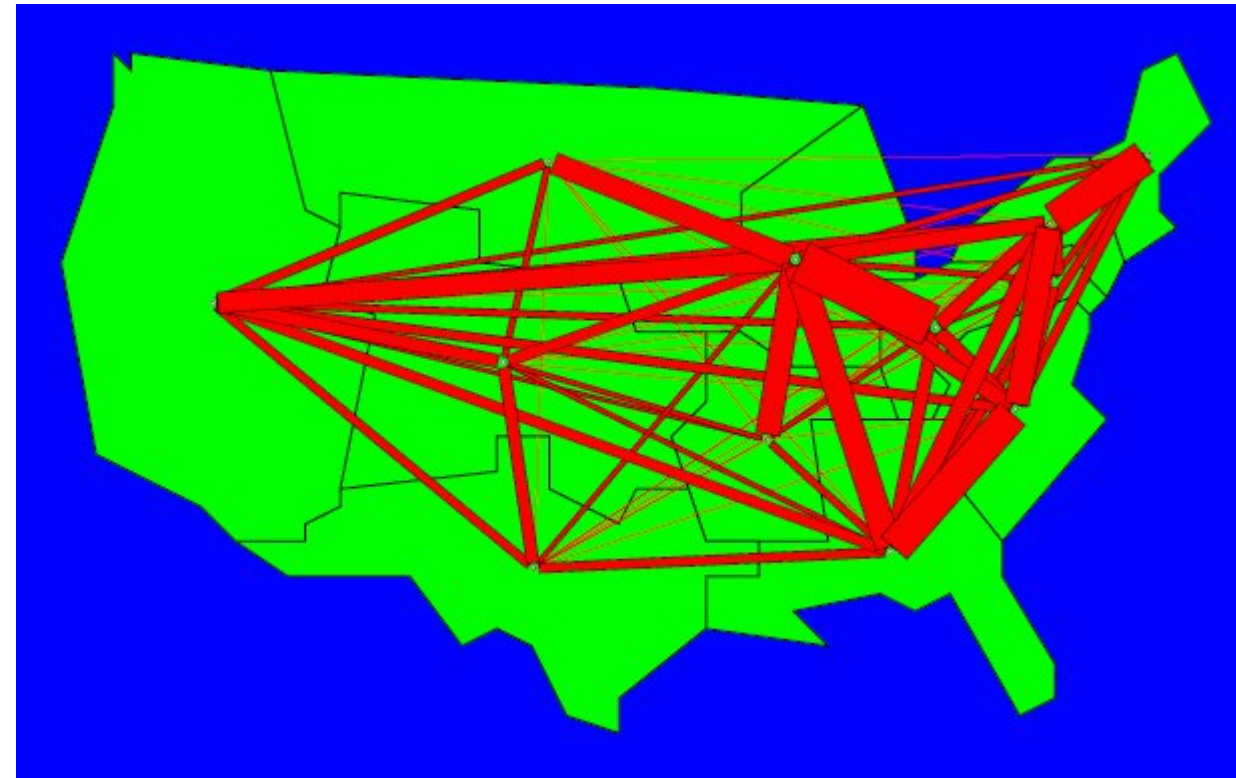
> montrer la centralité des villes liées aux flux monétaires internes

ONE DOLLAR NOTE FLOWS TO NEIGHBORS

Modified from full flow table
using FRB District adjacencies.

	BOSTON	NEW YORK	PHILADELPHIA	CLEVELAND	RICHMOND	ATLANTA	CHICAGO	ST. LOUIS	MINNEAPOLIS	KANSAS CITY	DALLAS	SAN FRANCISCO
BOSTON	2040	866	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NEW YORK	1360	1980	1258	1108	0	0	0	0	0	0	0	0
PHILADELPHIA	0	1326	860	341	1462	0	0	0	0	0	0	0
CLEVELAND	0	864	140	1296	342	177	2263	68	0	0	0	0
RICHMOND	0	0	991	584	3899	1422	0	0	0	0	0	0
ATLANTA	0	0	0	186	1016	3741	0	1012	0	0	164	0
CHICAGO	0	0	0	1435	0	0	5630	430	570	1035	0	0
ST. LOUIS	0	0	0	279	0	918	1233	342	0	710	106	0
MINNEAPOLIS	0	0	0	0	0	0	457	0	1438	65	0	138
KANSAS CITY	0	0	0	0	0	0	859	386	166	811	101	1537
DALLAS	0	0	0	0	0	290	0	183	0	290	788	203
SAN FRANCISCO	0	0	0	0	0	0	0	0	127	890	43	5300

values in hundreds.

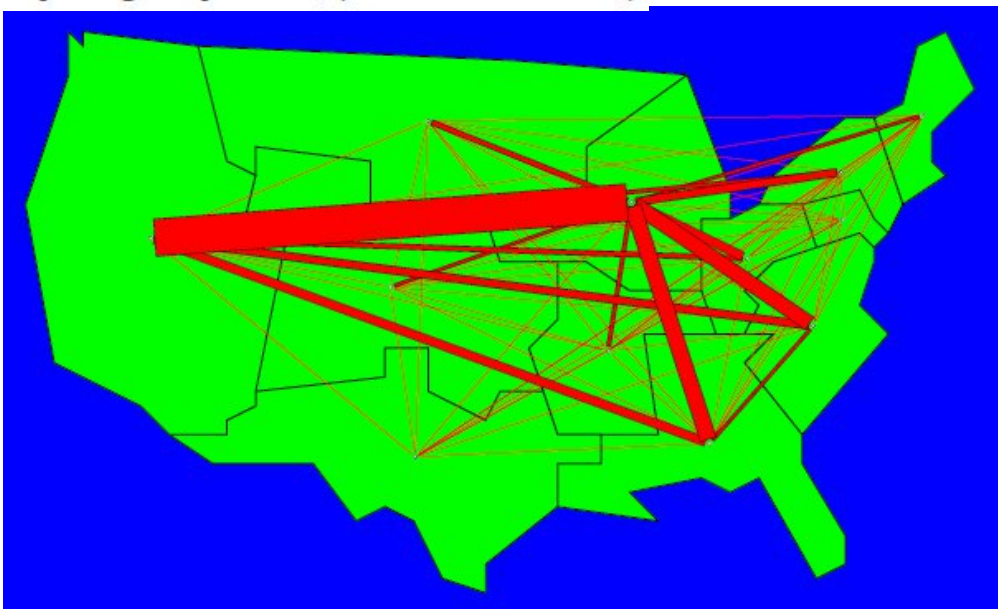


Flux de dollars américains (Tobler, 2010)

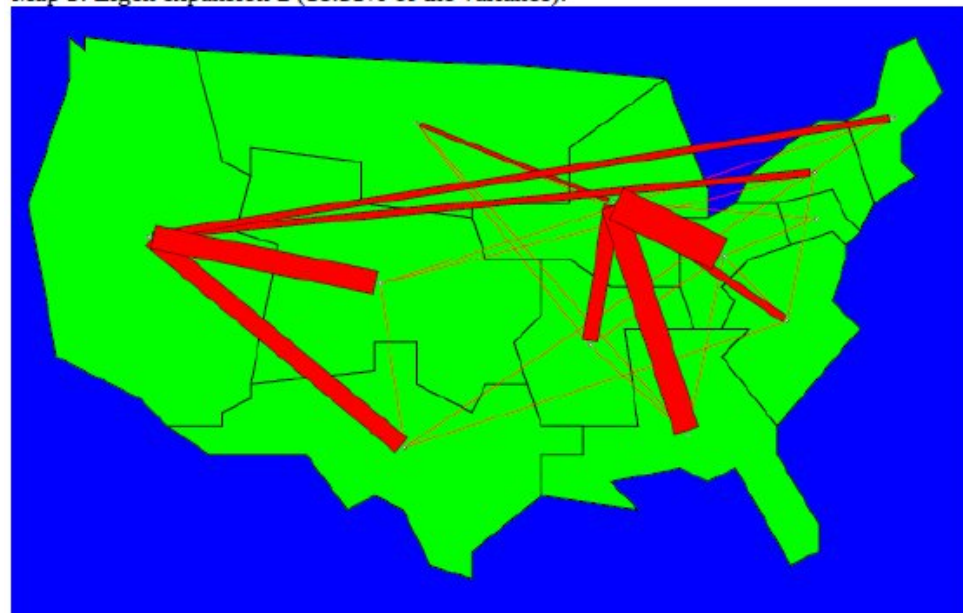
> montrer la centralité des villes liés aux flux monétaires internes

	Eigenvalue,	% variance	, cumulative %
1	6088.2	21.59	21.59
2	5221.3	18.51	40.10
3	4237.9	15.03	55.12
4	3381.9	11.41	67.11
5	2372.3	8.41	75.52
6	1625.6	5.76	81.29
7	1423.0	5.05	86.33
8	1183.2	4.19	90.53
9	923.9	3.28	93.80
10	773.0	2.74	96.54
11	649.5	2.30	98.87
12	325.2	1.15	100.00

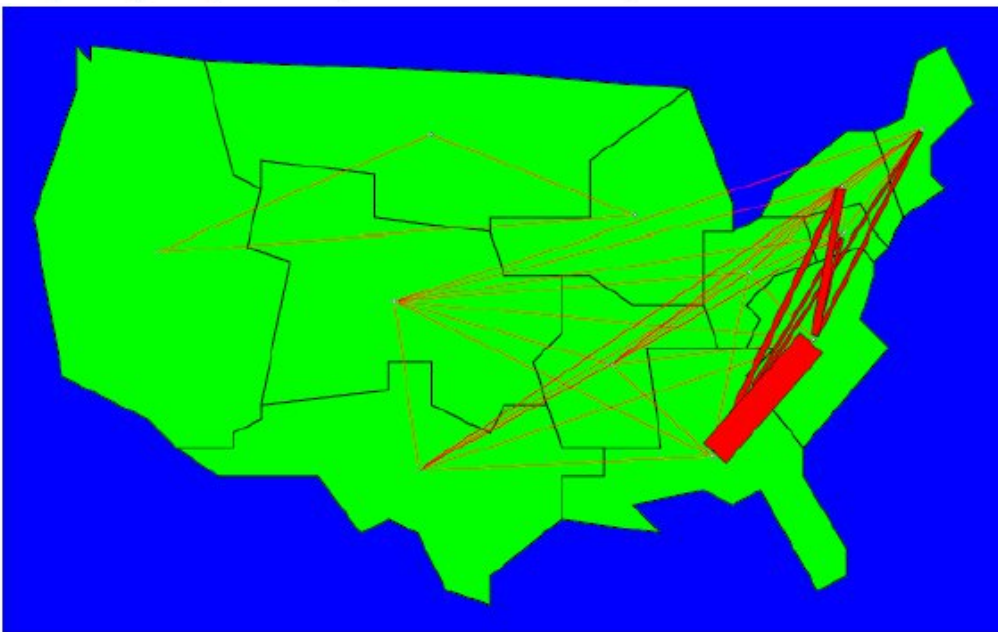
Map 2: Eigen expansion 1, (21.59% of the variance)



Map 3: Eigen expansion 2 (18.51% of the variance).



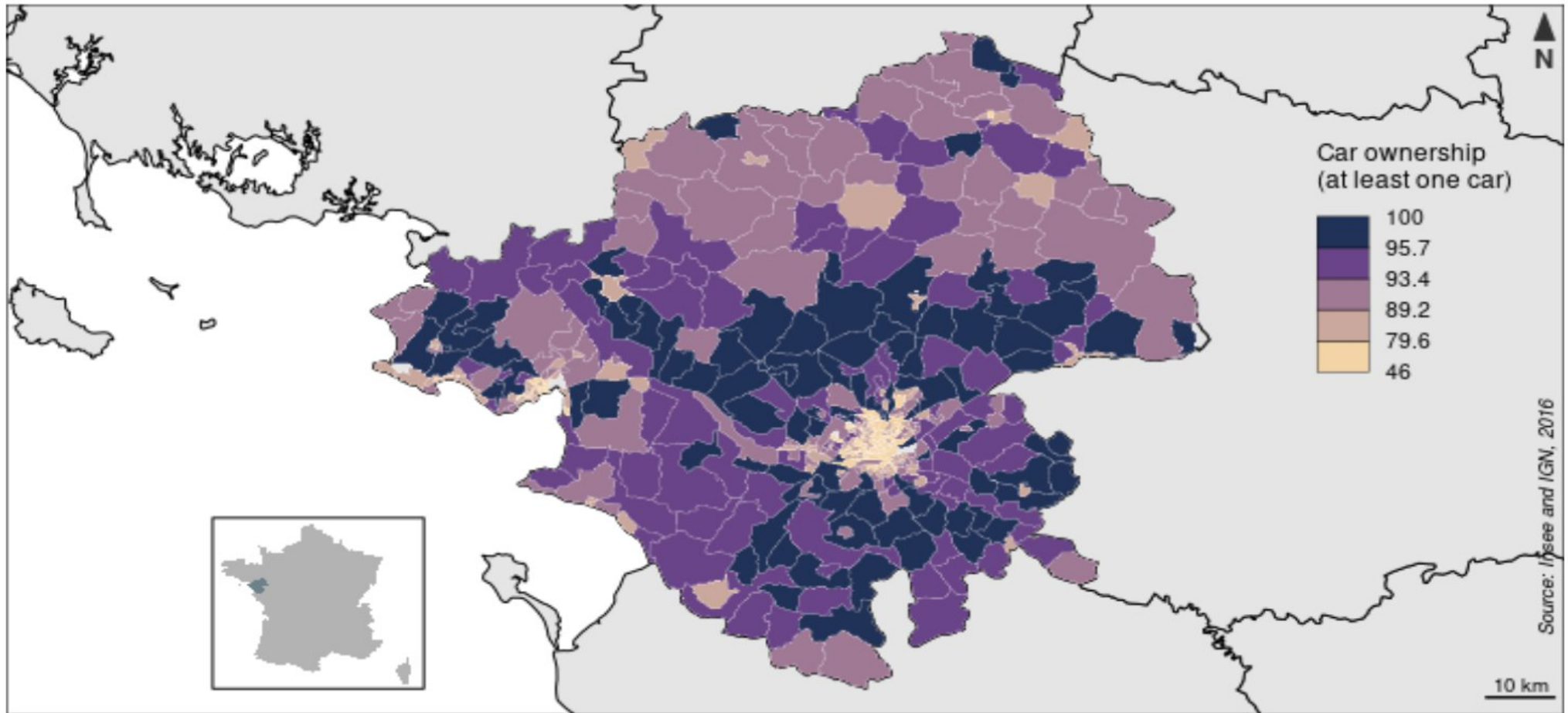
Map 4: Eigen expansion 3 (15.03% of the variance).



Map 5: Eigen expansion 4 (11.99% of the variance).



Taux de motorisation des ménages



Origine des concepts ?

- $Y = F \text{ (socio éco)} \times X + \text{Residu}$ (notre exemple est plus compliqué car la modélisation se base sur un modèle linéaire généralisé)
- Géographie : Résidu sont corrélés spatialement : calcul d'un indice de Moran (Tobler, Cliff)

$$I = \frac{N}{\sum_i \sum_j w_{ij}} \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} (X_i - \bar{X})(X_j - \bar{X})}{\sum_i (X_i - \bar{X})^2}$$

- Filtrage spatial : $Y = F \times X + F_{\text{spatial}} \times S + \text{Residu}$ (Griffith)
- Ecologie : Idem sauf que F_{spatial} est vu comme une Variable spatiale explicite : les DBMems : Distance Based Moran eigenvector maps (Legendre, Dray (voir réf))

(Principal Coordinates of Neighbour Matrices (PCNM) \in DBmem \in Mem (Moran Eigenvector Maps)

Dbmems : construction d'une matrice de similarité

- Matrice de connexion entre les sites
- D Matrice distance euclidienne des centres des IRIS
- T : matrice construite à partir de D toutes les distances supérieures à t, passent à 4t (la diagonale est mise à 4t aussi). T est issue de la détermination d'un arbre de taille minimal et correspond max de la distance de cet arbre.
- S : matrice de similarité construite à partir de T
- Dbmems : Vecteurs propres et valeurs propres de la matrice de similarité doublement centrée : Principal Coordinates Analysis (PCoA, Positionnement Multidimensionnel) (proche de l'analyse en composante principale)

Détermination du voisinage des Iris

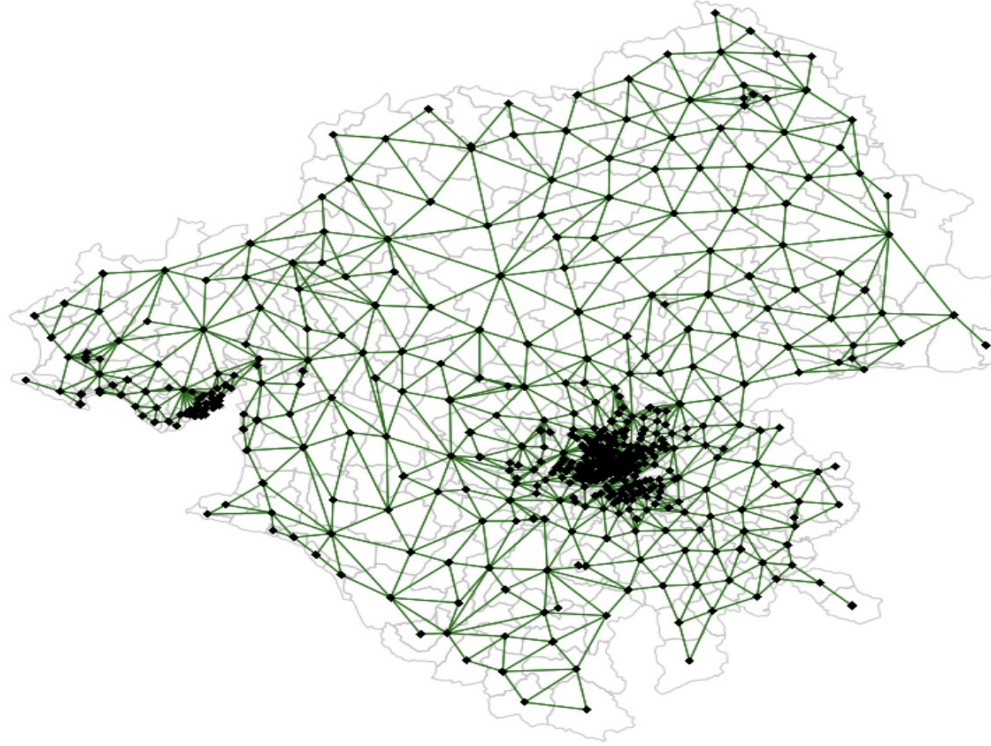


Figure 5: Spatial neighborhood

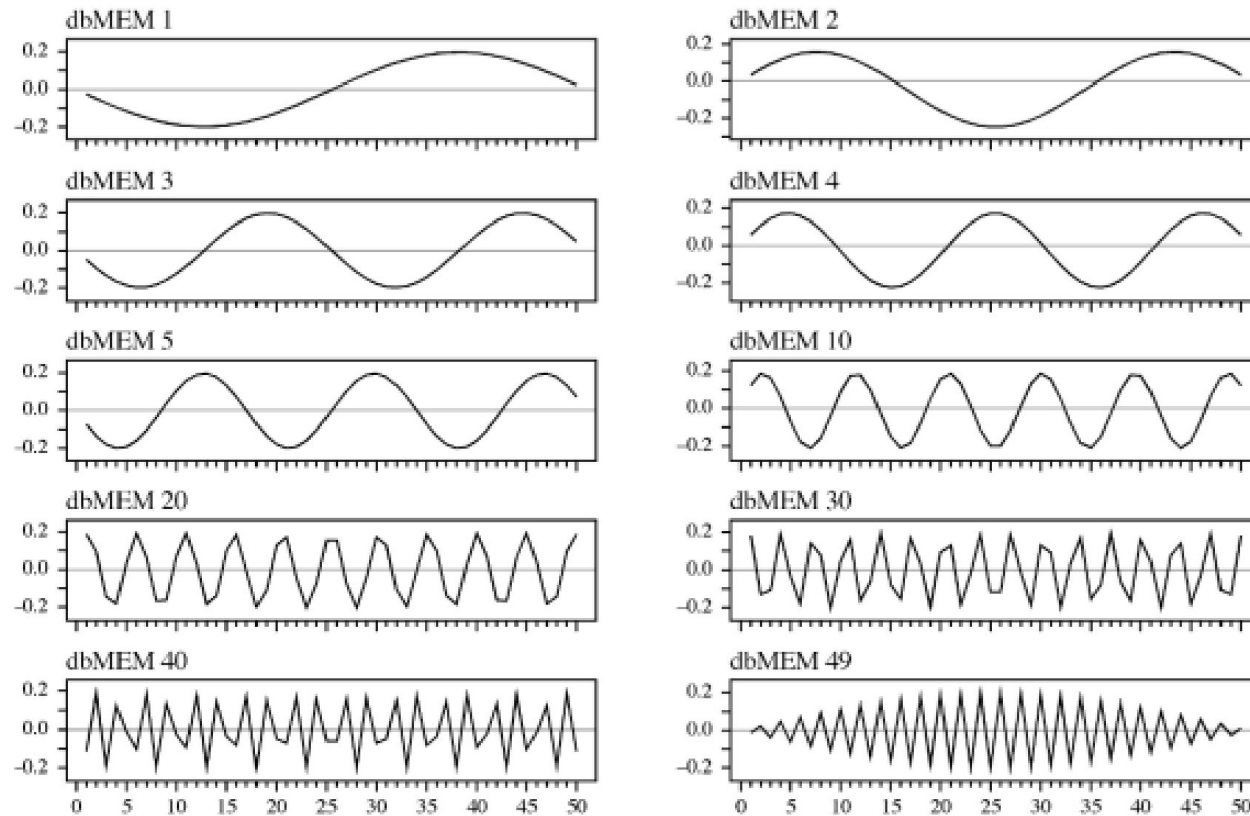
Interprétations des Dbmems

$$\bullet D = \begin{pmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} & \cdots & d_{1n} \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & & 0 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 4t & d_{12} & d_{13} & 4t & \cdots & 4t \\ & & \ddots & & & \vdots \\ & & & & & d_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 16t^2 & d_{12}^2 & d_{13}^2 & 16t^2 & \cdots & 16t^2 \\ & & \ddots & & & \vdots \end{pmatrix} S = \begin{pmatrix} \varepsilon & 16t^2 - d_{12}^2 & 16t^2 - d_{13}^2 & \varepsilon & \cdots & \varepsilon \\ & & \ddots & & & \vdots \end{pmatrix}$$

Interprétation du 1er vecteur propre des Dbmems, c'est celui dont les composantes les plus importantes correspondent aux sommets qui ont un voisinage de sommets les plus proches

Dbmems : cas homogène

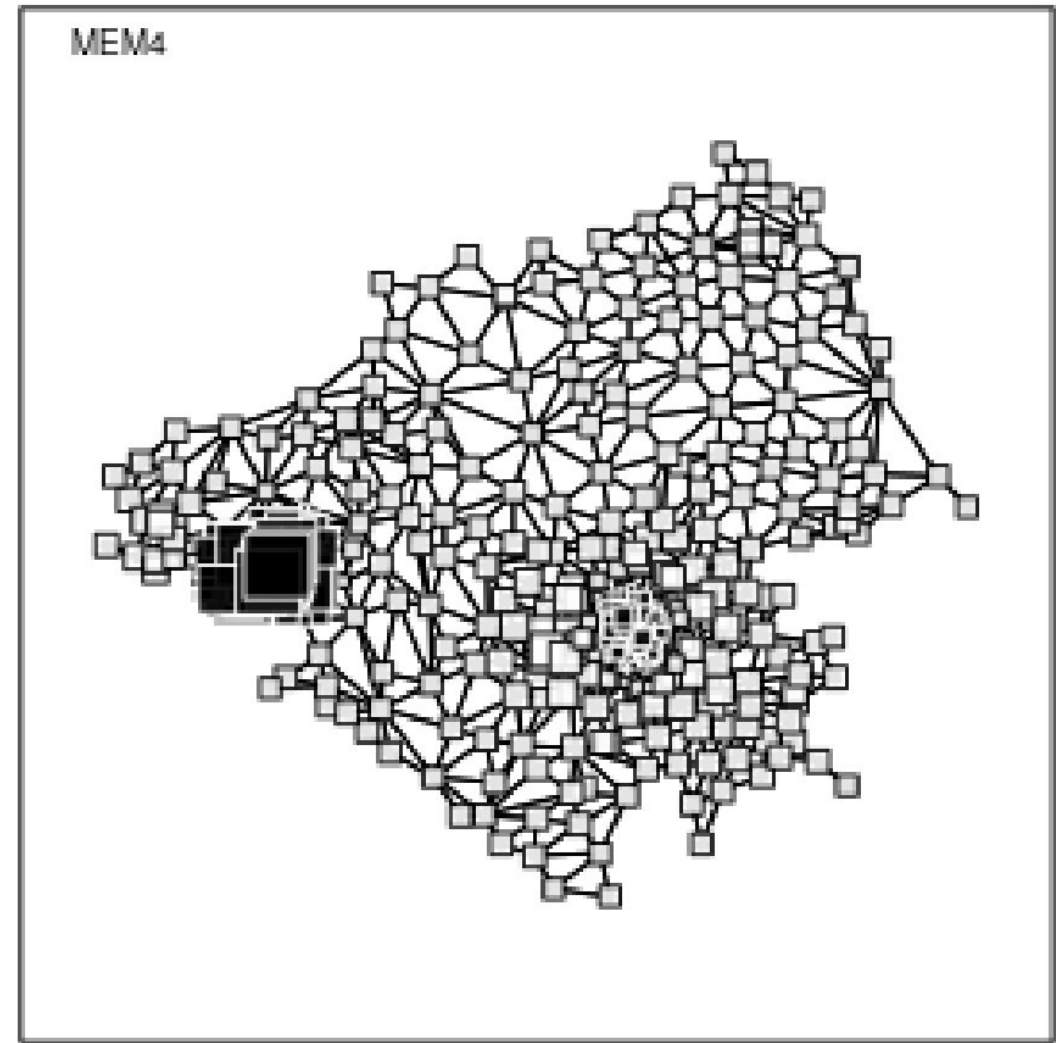
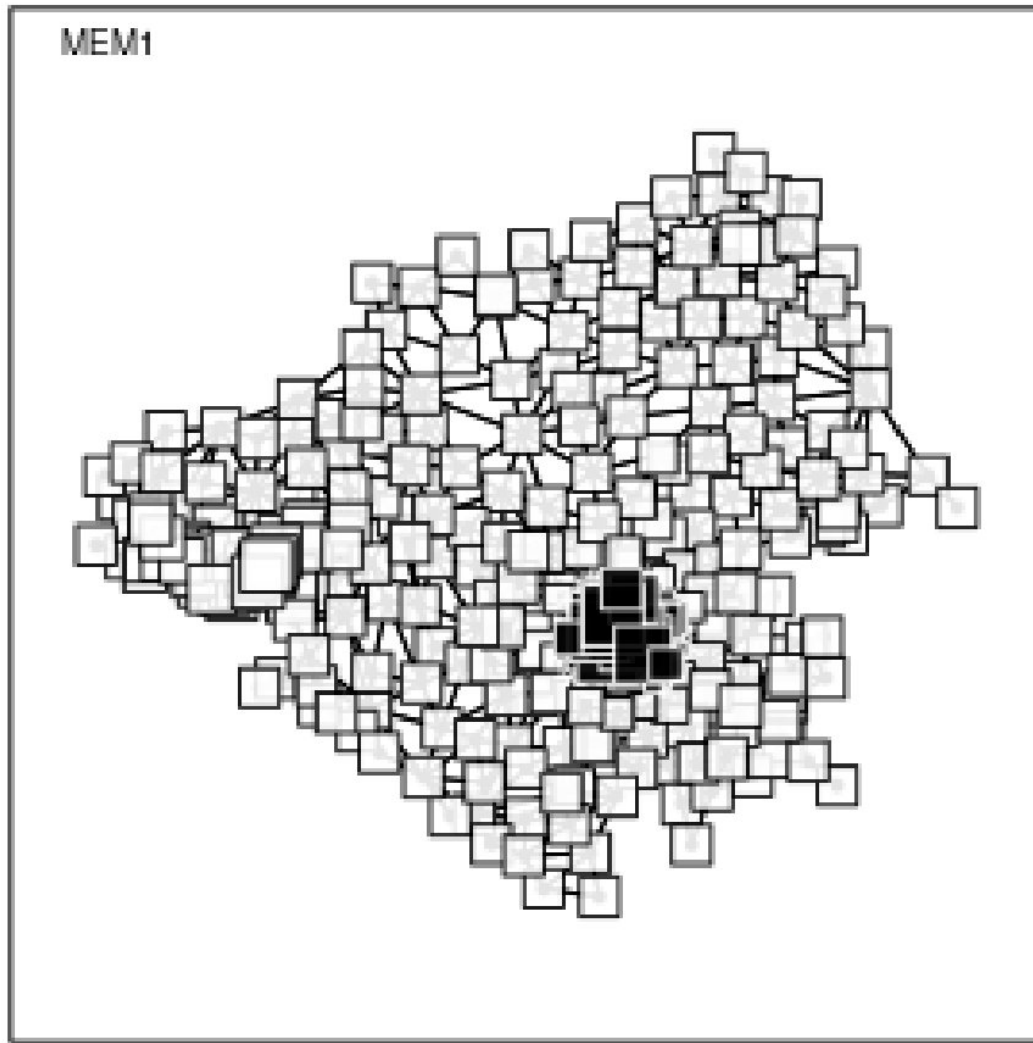


Note: Abscissa, from left to right: sites 1 to 50. Ordinates: values along the dbMEM eigenfunctions.

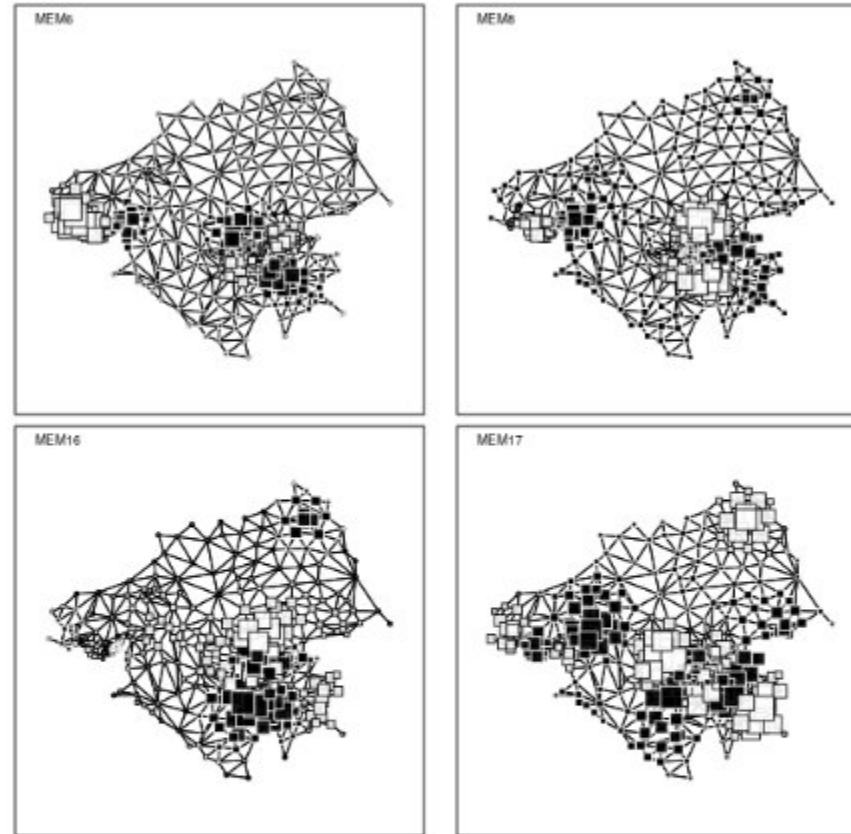
Figure 2: Graphs (extracted from [Legendre & Legendre \(2012\)](#)) of 10 of the 49 dbMEM eigenfunctions representing the spatial variation along a transect with 50 equally-spaced points

Dbmems : Iris Loire-atlantique

	Estimate	Std. Error	t-value
Intercept	2.168	0.029	72.676
MEM ₁	-0.572	0.024	-23.575
MEM ₄	-0.409	0.023	-17.077
MEM ₆	0.131	0.028	4.606
MEM ₈	-0.108	0.031	-3.406
MEM ₉	0.077	0.026	2.897
MEM ₁₃	-0.062	0.024	-2.615
MEM ₁₄	-0.090	0.022	-3.959
MEM ₁₅	-0.082	0.027	-3.035
MEM ₁₆	0.074	0.027	2.678
MEM ₁₇	0.087	0.031	2.797
MEM ₂₀	0.069	0.022	3.027
MEM ₃₄	-0.054	0.028	-1.902
MEM ₃₆	-0.076	0.029	-2.577
MEM ₃₇	-0.083	0.032	-2.597
MEM ₃₉	0.094	0.031	2.964
MEM ₆₁	-0.075	0.028	3.383
MEM ₆₉	-0.075	0.025	-2.906
MEM ₇₃	-0.062	0.029	-2.135
MEM ₈₀	-0.050	0.024	-2.052
MEM ₉₆	-0.057	0.027	-2.063
MEM ₁₂₉	0.059	0.025	2.297
MEM ₁₃₇	0.048	0.024	1.978
MEM ₁₆₇	-0.060	0.027	-2.191
N			499
ϕ			0.033
Moran I stat. (p-value<0.001)			0.090

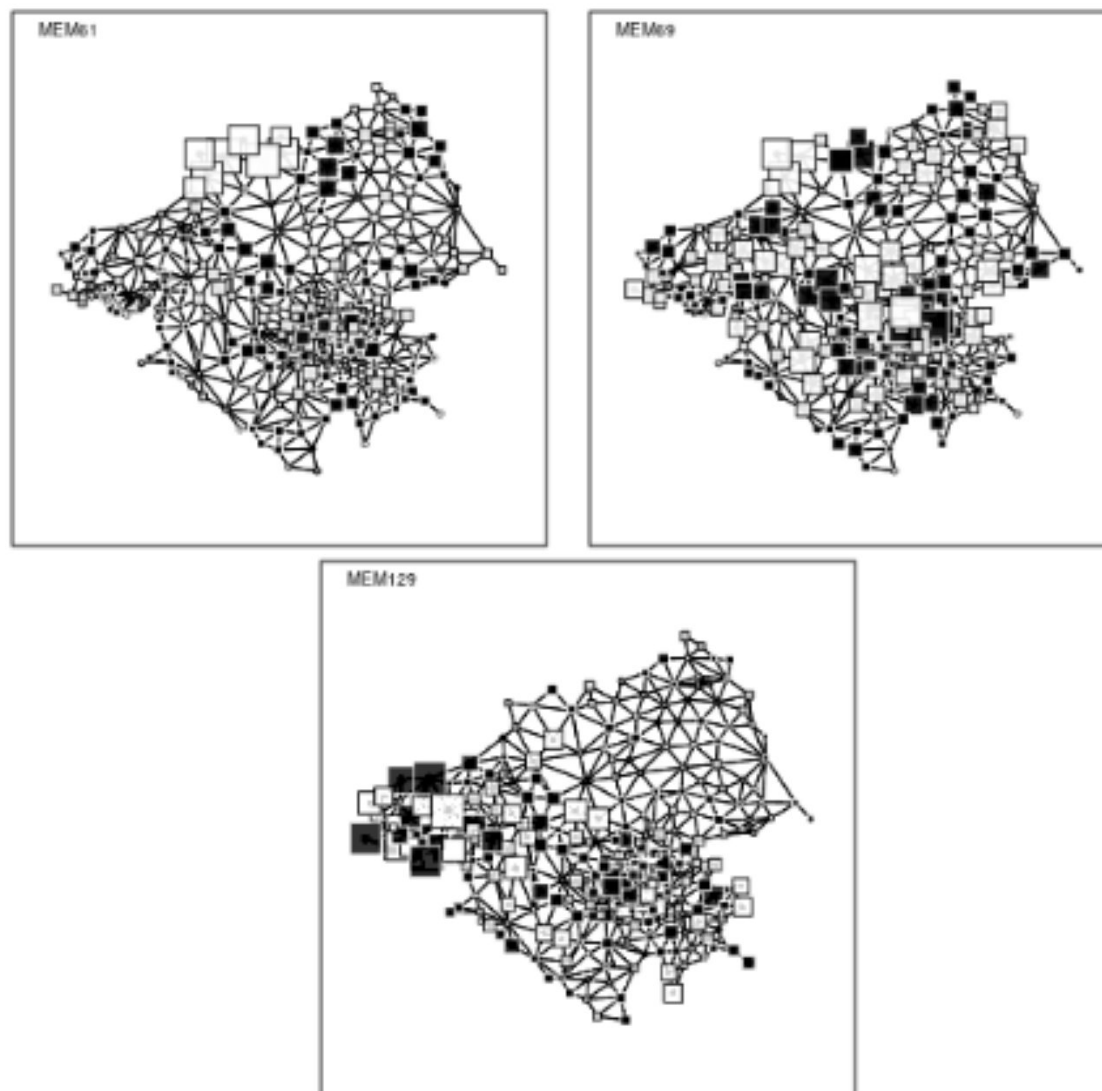


Note: Each dbMEM vector is plotted with the component of the vector associated to a given statistical area (IRIS) represented by a square. Black and White squares represent values of different signs (positive or negative). Square sizes are proportional to the absolute value of the component.



Note: Each dbMEM vector is plotted with the component of the vector associated to a given statistical area (IRIS) represented by a square. Black and White squares represent values of different signs (positive or negative). Square sizes are proportional to the absolute value of the component.

Figure A.2: MEM 6, 8, 16 and 17 are part of the medium scale sub-model. Spatial structure associated with these MEM matches the structure obtained distinguishing between main city centers and close surrounding areas.



Note: Each dbMEM vector is plotted with the component of the vector associated to a given statistical area (IRIS) represented by a square. Black and White squares represent values of different signs (positive or negative). Square sizes are proportional to the absolute value of the component.

Figure A.3: MEM 61, 69 and 129 are part of the fine scale sub-model. Fine scale spatial structures are harder to interpret.

Sélection de modèle

- Modèle construit par méthode stepwise, facilité car les Dbmems sont orthogonales, utilisation du scalogramme
- Les Dbmems sont regroupés subjectivement pour former
 - Modèle grande échelle
 - Modèle échelle moyenne
 - Modèle petite échelle

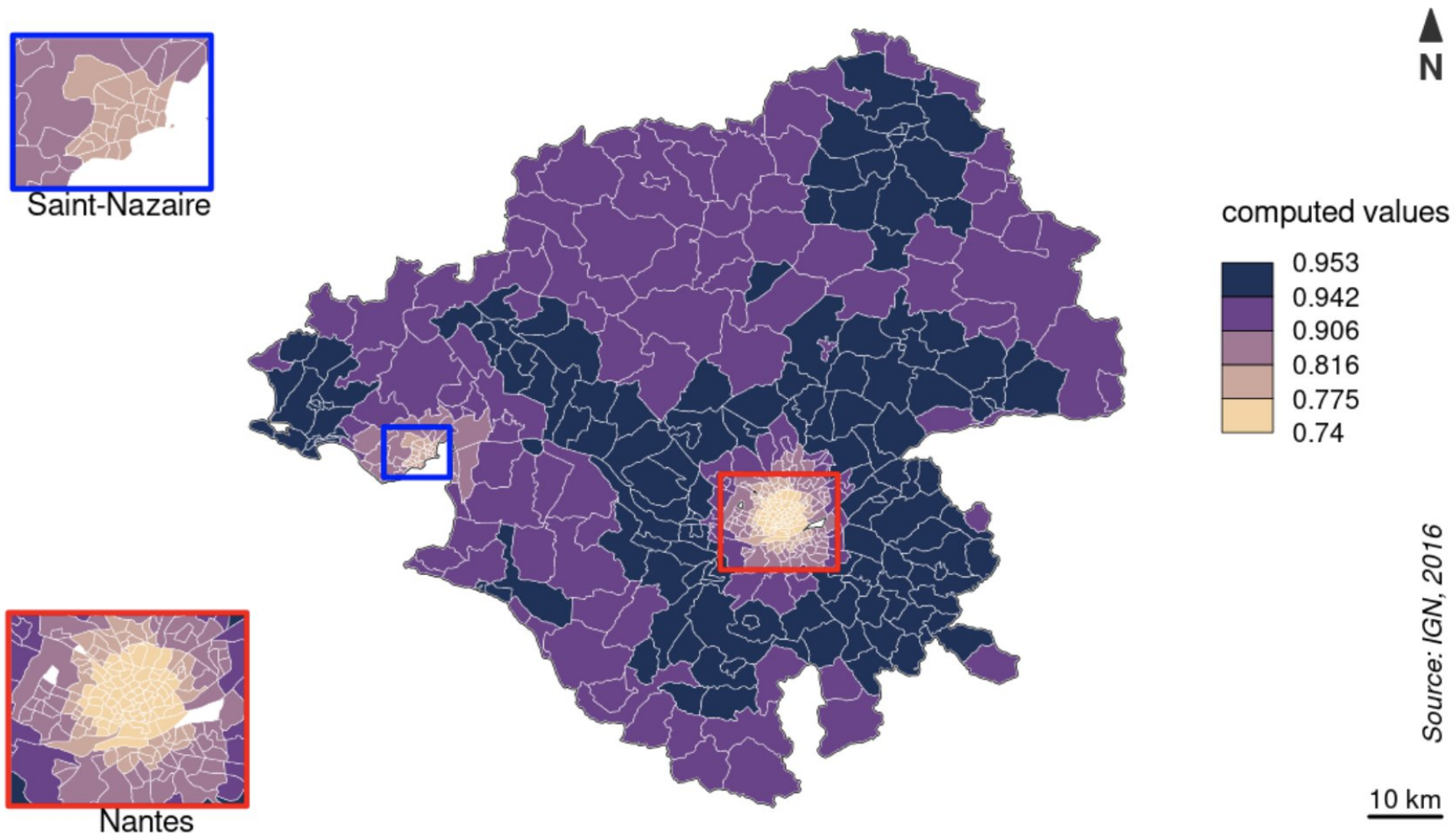


Figure 6: Variation in car ownership computed with the broad scale sub-model

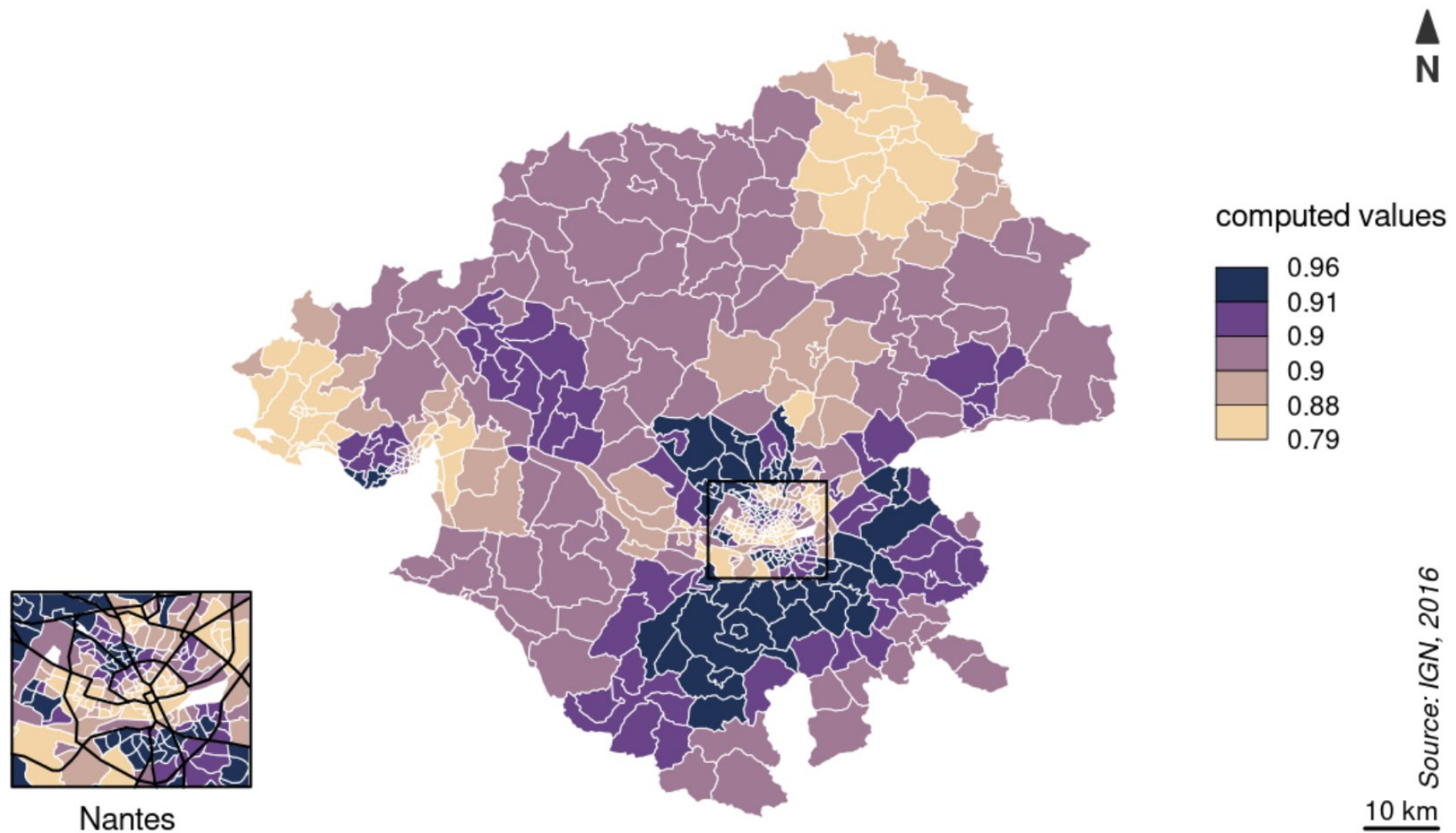


Figure 7: Variation in car ownership computed with the medium scale sub-model

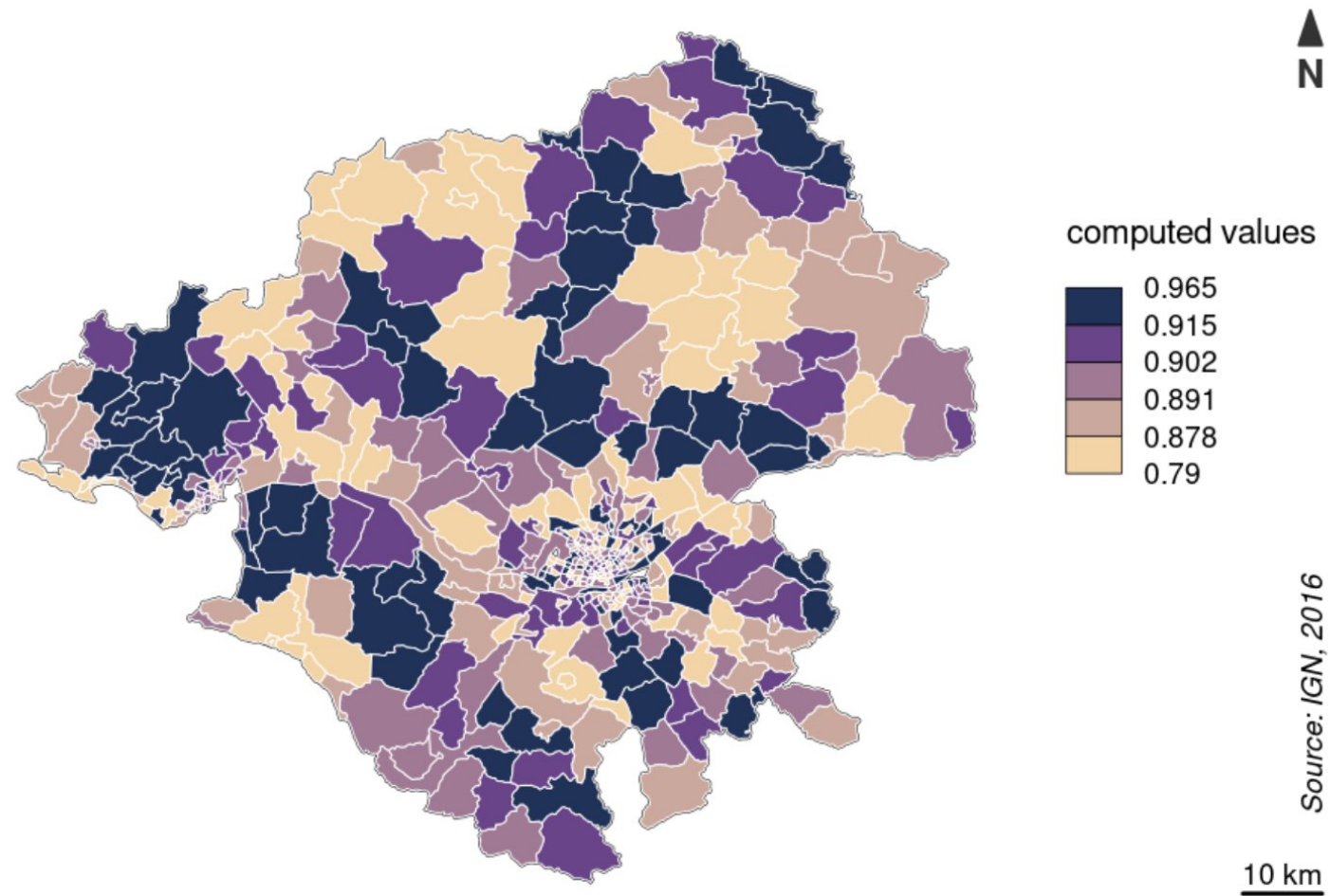


Figure 8: Variation in car ownership computed with the fine scale sub-model

Exemples d'analyse

	(1) <i>car ownership</i>	(2) Broad scale	(3) Medium scale	(4) Fine scale
Median income	+	-	+	+
Couples with children	+	+	+	+
25-54 yrs	-		+	
Population density	-	-		

Table 4: Signs of significant coefficients related to the spatial analysis of the *car ownership* variable

La variation de la densité est un phénomène grande échelle. En projetant sur un modèle grande échelle, la variation de la médiane du revenu est corrélé négativement avec le taux de motorisation. Aux échelles plus petites, c'est l'inverse.

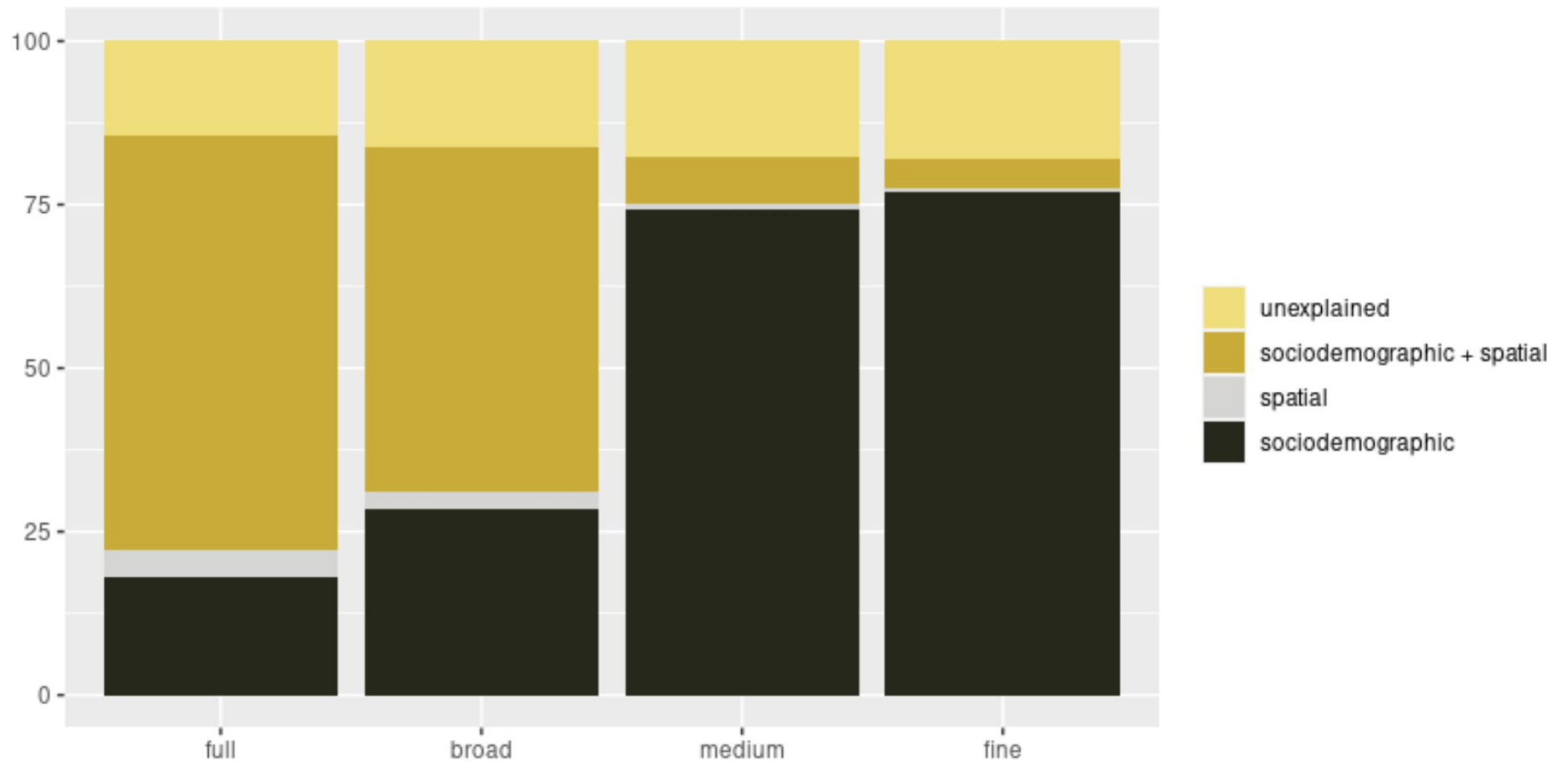


Figure 9: Variation partitioning

Circulation de concepts

- Ecologie : prise en compte explicite de l'espace ('surface' continue)
- Géographie : prise en compte de l'espace et/ou du territoire (partitions sous jacentes)
- Paez (2019) : trouver de nouvelles variables explicatives
- Théorie spectrale des graphes ?

Exemple du graphe des Iris en loire atlan.

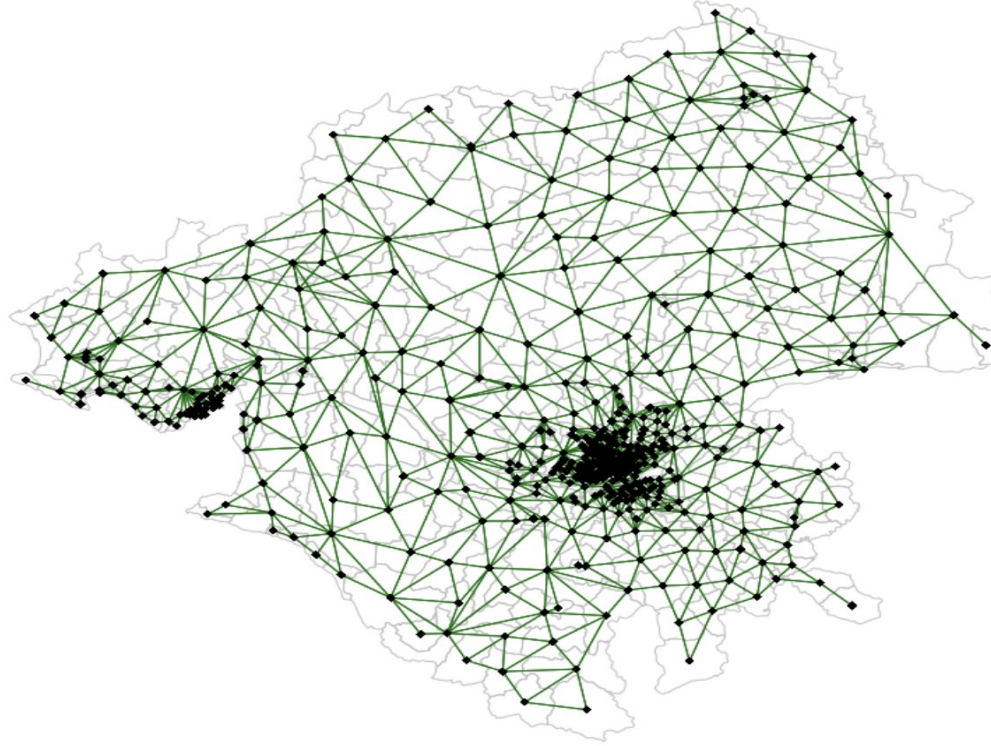


Figure 5: Spatial neighborhood

Graphes et Matrices

- Matrice adjacente $A=(a_{m,n})$ poids entre sommets m et n (dans le cas des graphes pondérés)
- Matrice diagonale D , $d_{mm} = \sum_n a_{m,n}$,
- Laplacien $L = D - A$
- Fonction définie sur chaque sommet $f(m)$,
- Laplacien d'une fonction sur un graphe $(\mathcal{L}f)(m) = \sum_{m \sim n} a_{m,n} \cdot (f(m) - f(n))$
- Si c'est maillage régulier, cela revient à faire la somme des dérivées secondes Les fonctions propres propres d'un Laplacien (opérateur continu) sont des exponentielles complexes. Les fonctions sont décomposées sur ces exponentielles : transformée de Fourier
- Cette interprétation est maintenue lorsque le maillage n'est pas régulier comme les graphes.

Relation avec les dbmems

- le premier vecteur propre du Laplacien d'un graphe est celui dont les composantes maximisent

$$\sum_{n,m} a_{m,n} (u_m - u_n)^2$$

- si $a_{m,n}$ est un indice de similarité entré sommets, le dernier vecteur propre correspondant à une valeur propre non nulle doit être proche du premier vecteur des dbmems (résultat non vérifié)

Circulation de concepts

- Explication des dbmems sinusoïde lors d'un maillage régulier
- Interprétation des modèles grande échelle, moyenne échelle, petite échelle en terme de longueur d'onde
- Introduction des ondelettes

Pistes

- Échelle & choix des variables
- En quoi le choix initial des unités joue (approche spatiale ou territoriale)
- Idem sur le choix des matrices de similarités
- Nécessité d'une analyse interdisciplinaire des résultats et support de discussion
- Approfondir le lien avec la théorie spectrale des graphes suivant la suggestion de Tobler (2010)
- Application à des matrices OD (fret ou passagers) (Hammond et al, wavelet on road network in Minnesota)

Références

- Laurent Beauguitte, Pierre Beauguitte. Opérations matricielles et analyse de graphe. 2011. [halshs-00632078](#)
- Dray S. Legendre P. Peres-neto. 2006. Spatial Modelling : a comprehensive framework for principal coordinate analysis of neighbor matrices (PCNM). Ecological Modelling 196, pp. 483-493.
- Gould P., 1967, On the Geographical Interpretation of Eigenvalues, Transactions of the Institute of British Geographers, 42, p. 53-86. [Jstor](#)
- Gould P., Bahoken F., Beauguitte.L, P. R. Gould, 1967, On the Geographical Interpretation of Eigenvalues, version traduite et commentée. 2022. [hal-03699723](#)
- Griffith A. Chun Y. Li B. 2019. Spatial regression analysis using eigenvector spatial filtering. Academic Press.
- Hammond D. Vandergheynst P. Gribonval R. 2011. Wavelets on graphs via spectral graph theory. Applied and Computational Harmonic Analysis 30 (2), pp.129–150.
- Hankach P. Gastineau P. Vandanjon P.-O. 2022. Multi-scale spatial analysis of household car ownership using distance-based Moran's eigenvector maps : Case study in Loire-Atlantique (France). Journal of Transport Geography 98.
- Openshaw S., 1981, Le problème de l'agréation spatiale en géographie, L'espace géographique, 10(1), pp. 15-24. [Persée](#)
- Legendre P. Legendre L. 2012. Numerical Ecology. Elsevier Science Ltd.
- Murakami D. spmoran: An R package for Moran's eigenvector-based , Department Statistical Modeling, Institute of Statistical Mathematics Tokyo, Japan
- Paez. 2019. Using spatial filters and exploratory data analysis to enhance regression models of spatial data. Geographical Analysis 51(3), pp. 314-338.
- Tobler W. R, (2010.), An experiment in filtering of geographical movement tables, unpublished research notes, for a preliminar presentation at the WRSA, Tucson, Sedona, AZ.
- Package R : 'adespatial' (Multivariate Multiscale Spatial Analysis) , spdep : Spatial Dependence : Weighting Schemes, Statistics